движение точки по окружности

$R_{кр} = R = \mathrm{const}$

движение по окружности - ***частный случай*** криволинейного движения

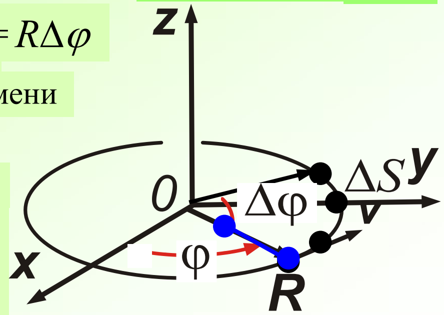
$$\left|\vec{\omega}\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

используют ***угловые переменные: коорд. φ, скорость ω, ускорение β***

$\Delta S = R\Delta\varphi$

положение мат. точки ---- ***угол φ***

ω - угол, описываемый век. ***R*** за ед. времени



угловая скорость ω - вектор:
- быстрота изменения угла φ
- направлен вдоль оси вращения
- определяется правилом буравчика:

✓ рукоятка вращается с вектр. ***R*** точки
✓ поступател. движение ---- вектор ω

движение точки по окружност

$R = \mathrm{const}$

$$|\vec{\omega}| = \frac{d\varphi}{dt}$$

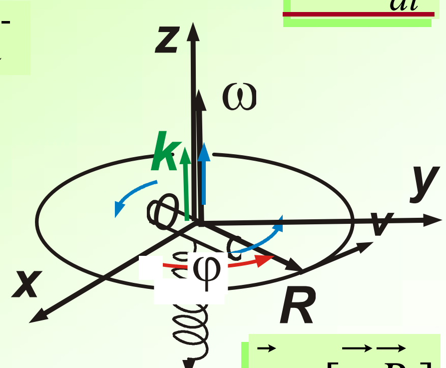
правая декартова ***СО***: угол φ отсчитывается от оси $0x$ по правилу буравчика

$$\omega = \omega_z \mathbf{k}$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}$$

угловое ускорение β

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{d\omega_z}{dt}\mathbf{k} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}\mathbf{k}$$



$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{R}]$$

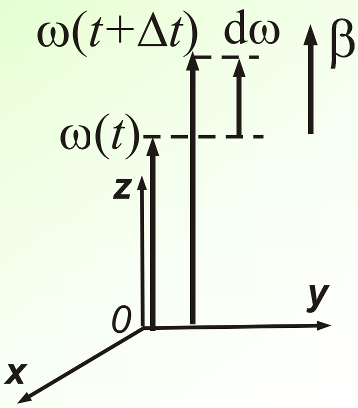
движение точки по окружности

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{d\omega_z}{dt}\mathbf{k} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}\mathbf{k}$$

угловая скорость возрастает ---- $\omega \,||\, d\omega \,||\, \beta$ (вектора сонаправлены)

$\Delta S = R\Delta\varphi \rightarrow v = R\omega \rightarrow a_\tau = R\beta$

$$\vec{a}_{ц.с.} = -\frac{v^2}{R}\frac{\vec{R}}{R} = -\omega^2\vec{R}$$



Задача. дополнит.

Дано: $R = const,\ v \sim \sqrt{s}$???

Определить: $\psi = \angle(v, a)$

$a_\tau = \dfrac{dv}{dt}$???

$a_n = \dfrac{v^2}{R}$???

КИНЕМАТИКА

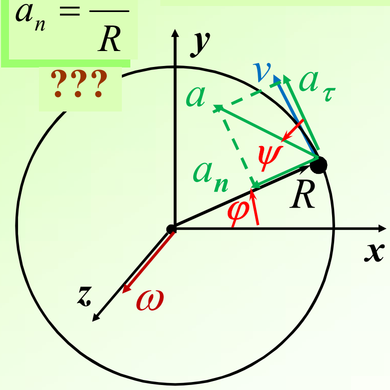
$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

$tg\psi = \dfrac{a_n}{a_\tau}$

$v = A\sqrt{s}$

$a_\tau = \dfrac{dv}{ds}\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{1}{2}A\dfrac{v}{\sqrt{s}}$

$$tg\psi = \frac{\cancel{v^2} 2\sqrt{s}}{RA\cancel{v}} = \frac{2\cancel{A}\sqrt{s}\sqrt{s}}{R\cancel{A}} = \frac{2s}{R}$$



$\vec{\omega}$???

Домашнее задание

1. ***задачи:*** (по учебнику 1991 г.) 2.20, 2.23, 2.24, 2.25; (по учебнику 2008 г.) 1.2.22, 1.2.25, 1.2.26, 1.2.27

3. ***теория:*** (новая тема) динамика, законы Ньютона

Задача. 1.1.39. Оп... нормальная a_n и тангенциальная ... высшей ... чальной ...

Дано: α, v_0, $y=y_{max}$

Определить: a, a_n, a_τ, R

$a = g$ $\quad a_\tau = dv/dt$

$a_n = (a^2 - a_\tau^2)^{1/2}$

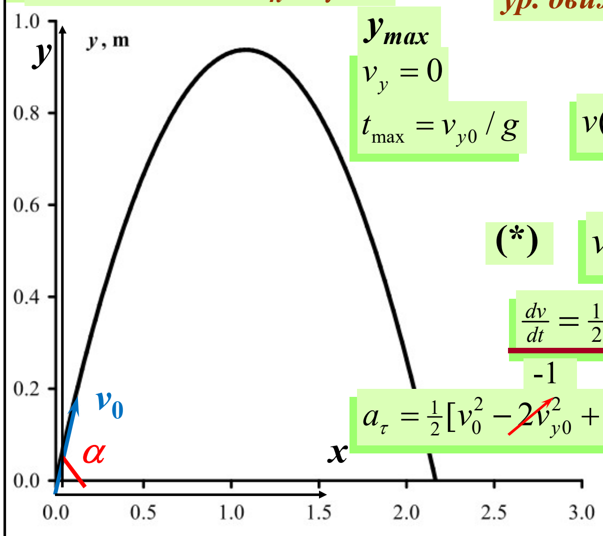
$v_x(t) = v_0 \cos\alpha = v_{x0}$

$v_y(t) = v_{y0} - gt$

$x(0) = 0 \quad y(0) = 0$

ур. движения

$x = v_{x0}t \quad y = v_{y0}t - gt^2/2$



y_{max}

$v_y = 0$

$t_{\max} = v_{y0}/g$

$v(t) = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = [\underline{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} - 2v_{y0}gt + g^2t^2]^{1/2}$

(*) $\quad v(t) = [(v_0^2 - 2v_{y0}gt + g^2t^2)]^{1/2}$

$Fn(t) = v^2(t)$

$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}Fn(t)^{-1/2} * (-2v_{y0}g + 2g^2t)$

-1

$a_\tau = \frac{1}{2}[v_0^2 - \cancel{2}v_{y0}^2 + v_{\cancel{y}0}^2]^{-1/2} * (-\cancel{2}v_{y0}g + 2\cancel{g}v_{y0}) = \mathbf{0}$

???

Задача. 1.25 (А)

Дано: α, v_0, $y=y_{max}$

Определить: a, a_n, a_τ, R

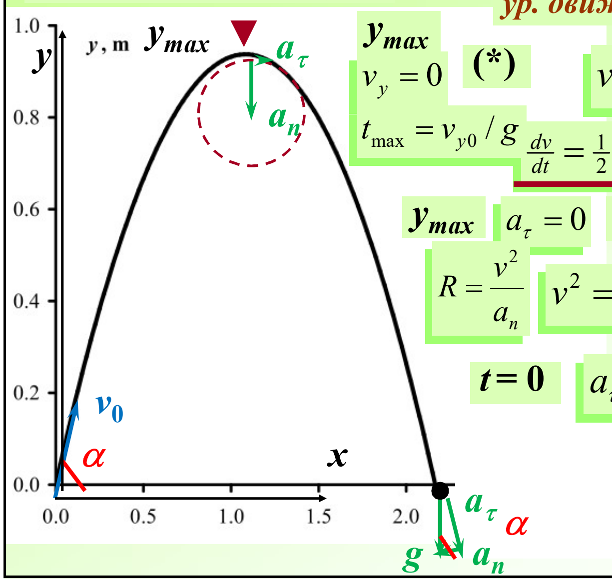
$a = g$ $\quad a_\tau = dv/dt$

$a_n = (a^2 - a_\tau^2)^{1/2}$

$v_x(t) = v_0 \cos\alpha = v_{x0}$

$v_y(t) = v_{y0} - gt$

ур. движ $\quad x = v_{x0}t \quad y = v_{y0}t - gt^2/2$



y_{max}

$v_y = 0$

$t_{\max} = v_{y0}/g$

(*) $\quad v(t) = [(v_0^2 - 2v_{y0}gt + g^2t^2)]^{1/2}$

$Fn(t) = v^2(t)$

$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}Fn(t)^{-1/2} * (-2v_{y0}g + 2g^2t)$

y_{max} $\quad a_\tau = 0$ $\quad$???

$\boldsymbol{a = g = \cancel{a_\tau} + a_n}$

$R = \frac{v^2}{a_n} \quad v^2 = v_0^2 - v_{y0}^2 = v_{x0}^2 \quad \underline{R = v_{x0}^2/g}$

$\boldsymbol{t = 0}$ $\quad a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\cancel{2}}\frac{1}{v(0)} * (-\cancel{2}v_{y0}g)$

$a_\tau = -g\sin\alpha$

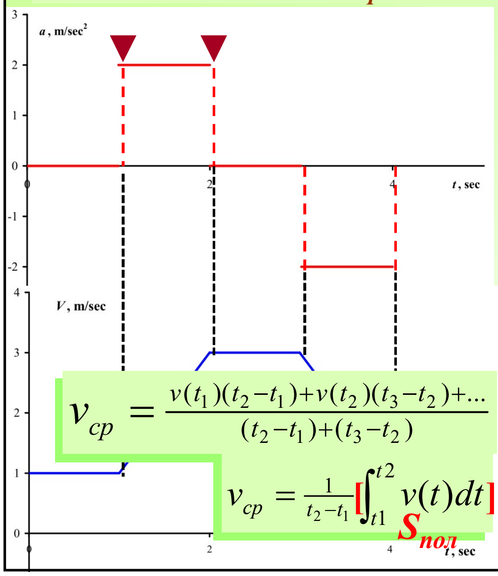
???

Задача. 1.21 (А)

Дано: $a = a(t)$, $v(0) = 1$ м/с

Определить: $v = v(t)$, v_{cp} ???

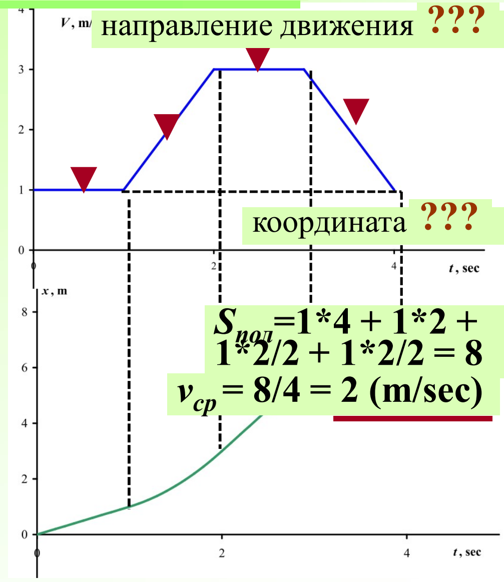
$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2 + \ldots}{t_к - t_н} = \frac{S_{пол}}{t_к - t_н}$$ ***КИНЕМАТИКА***



$$v_{cp} = \frac{v(t_1)(t_2 - t_1) + v(t_2)(t_3 - t_2) + \ldots}{(t_2 - t_1) + (t_3 - t_2)}$$

$$v_{cp} = \frac{1}{t_2 - t_1}\Big[\int_{t1}^{t2} v(t)dt\Big]$$

$S_{пол}$



направление движения ???

координата ???

$S_{пол}$=1*4 + 1*2 + 1*2/2 + 1*2/2 = 8

v_{cp}= 8/4 = 2 (m/sec)

ДИНАМИКА МАТ. ТОЧКИ *1*

законы Ньютона

основа механики зак. инерции Галилея

1-й закон Ньютона: существуют ***инерциальные СО***, относит. которых ***своб. мат. точка движ. равном. и прямолин.*** (по инерции) $\mathbf{a}_{\text{св.}} = 0$

свободная мат. точка - не действуют другие тела (пример.: комета)

2-й закон Ньютона: ***ускорение мат. точки*** относител. инерциальной ***СО пропорционально действующей результирующей силе***

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

векторное уравнение

$$ma_x = F_x \qquad ma_y = F_y \qquad ma_z = F_z$$

проекции на оси декартовой ***СО***

прямая задача – ***кинематический закон*** движения для ***известных сил***

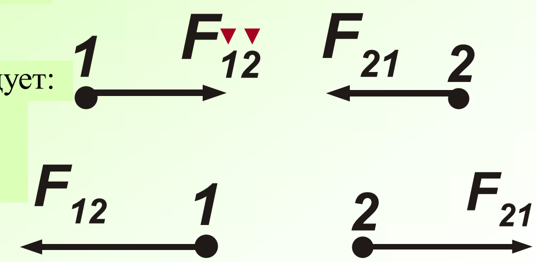
законы Ньютона

•электр. версия (файл *.pdf)
на сайте ***http://kazei.plms.ru***

3-й закон Ньютона: ***силы взаимодействия двух мат. точек***
- действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки
- равны по модулю и противопол. по направлению
- приложены к разным точкам
- силы одной природы

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

справед. 3 закона Ньютона следует:
- из вида законов:
  - ✓ закон всемирного тяготения
  - ✓ закона Кулона



- законов сохранения импульса и момента импульса; косвенное подтверждение 3 закона (используется при выводе законов)

силы в ньютоновской механике

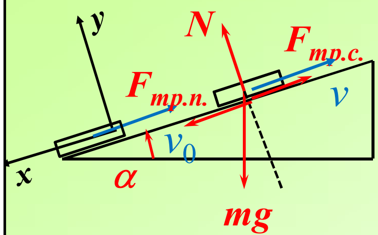
фундаментальные взаимодействия:
- сильные (взаимодействие между нейтронами и протонами)
- слабые (взаимные превращения элементарных частиц)
- электромагнитные → взаимод. макроскопических тел в механике
- гравитационные (силы тяжести, упругие силы, силы трения)

силы в классической механике:
силы тяготения (сила тяжести) $mg = mG\dfrac{M}{r^2}$
силы упругости $F = -kx$
силы реакции опоры ***N***, ***T*** (**N** ⊥ пов-ти)
силы трения $F_{тр.ск.} = -kN\dfrac{\vec{v}}{v}$ $F_{тр.пок.} <= F_{тр.ск.}$

схема решения задачи:
- рисунок, расставить силы
- выбор системы координат
- у-ния Ньютона в проекции на оси координат $m\vec{a}_i = \sum_k \vec{F}_k$
- кинематические связи
- число неизвестных → число уравнений
- решение системы у-ний

Задача 1.2.13. Вверх по наклонной плоскости с углом наклона α пу-
щена шайба. Через некоторое время она останавливается и со-
вает вниз. Определите коэффициент трения k шайбы о
ть, если вр е времени подъема.

Дано: α, $t_c = nt_п$
Определить: k ???



подъем шайбы ???

(1) $\cancel{m}a_{x,n} = \cancel{m}g\sin\alpha + F_{тр,n}$ $\quad a_{x,n} = a_n$

(2) $m\cancel{a}_y = N - mg\cos\alpha = 0$

(2) $N = mg\cos\alpha$

$F_{тр,n} = kN = kmg\cos\alpha$

(1) $a_n = g(\sin\alpha + k\cos\alpha)$

спуск шайбы

(1b) $ma_c = mg\sin\alpha - F_{тр}$

(2b) $0 = N - mg\cos\alpha$

$a_c = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$

Задача. 2.3 (А) ???

Задача. 2.4 (А) на столе с силой F.

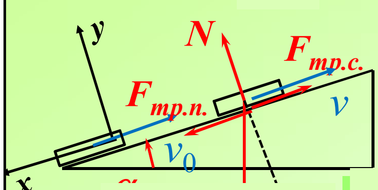
1.2.4. К чему приложены сила тяже-
сти?

Задача. 2.11 (А)

Дано: α, $t_c = nt_п$
Определить: k ???

$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$

КИНЕМАТИКА



подъем шайбы $a_n = g(\sin\alpha + k\cos\alpha)$

спуск шайбы $a_c = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$

кинематические ур.

подъем шайбы

$v_n(t) = -v_0 + a_n t$ $\quad v_n(t_n) = 0$ $\quad v_0 = a_n t_n$

$x_n(t) = -v_0 t + \frac{1}{2}a_n t^2$ $\quad x_n(t_n) = -a_n t_n^2 + \frac{1}{2}a_n t_n^2 = -\frac{1}{2}t_n^2 a_n$

$s_n = \frac{1}{2}t_n^2 a_n$

спуск шайбы

$v_c(t) = a_c t$

$x_c(t) = -x_0 + \frac{1}{2}a_c t^2$ $\quad 0 = -s_n + \frac{1}{2}a_c t_c^2$ $\quad \frac{1}{2}a_n t_n^2 = \frac{1}{2}a_c t_c^2$

$\frac{a_n}{a_c} = \frac{t_c^2}{t_n^2} = n^2 = \frac{\sin\alpha + k\cos\alpha}{\sin\alpha - k\cos\alpha}$

ур. относит. k

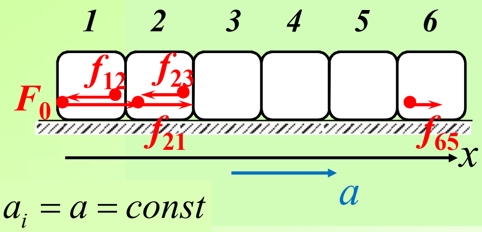
...

$k = \frac{\sin\alpha\,(1-n^2)}{\cos\alpha\,(1+n^2)}$

Задача

Дано: **6 кубиков, $m_1=m_2=\ldots=m_6=1$ кг, $F_0=1$ кгС, $F_{тр}=0$** ???

Определить: f_i ($i=1,\ldots,6$), f_{54}



$a_i = a = const$

$\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}\ \ldots$

$\vec{f}_{i,i+1} = -\vec{f}_{i+1,i}$

(1) $ma = F_0 - \cancel{f_{12}} = f_1$

(2) $ma = \cancel{f_{21}} - f_{23} = f_2$

(3) $ma = f_{32} - f_{34} = f_3$

(4) $ma = f_{43} - f_{45} = f_4$

(5) $ma = f_{54} - \cancel{f_{56}} = f_5$

(6) $ma = \cancel{f_{65}} = f_6$

(1)+…(6) $6ma = F_0$ $a = F_0/6m$

$ma = f_{i,i-1} - f_{i,i+1} = mF_0/6m$

для 5-го кубика **(5)+ (6)**

$2ma = f_{54}$

$f_{54} = 2ma = 2mF_0/6$

Задача. дополнит.

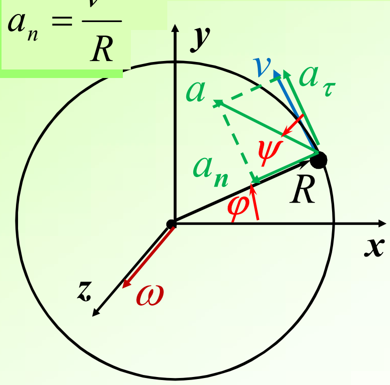
Дано: $R = const,\ v \sim \sqrt{s}$???

Определить: $\psi = \angle(v, a)$

$a_\tau = \dfrac{dv}{dt}$

$a_n = \dfrac{v^2}{R}$

КИНЕМАТИКА



$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

$tg\psi = \dfrac{a_n}{a_\tau}$

$v = A\sqrt{s}$

$a_\tau = \dfrac{dv}{ds}\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{1}{2}A\dfrac{v}{\sqrt{s}}$

$tg\psi = \dfrac{\cancel{v^2}}{R}\dfrac{2\sqrt{s}}{A\cancel{v}} = \dfrac{2\cancel{A}\sqrt{s}\sqrt{s}}{R\cancel{A}} = \dfrac{2s}{R}$

$\vec{\omega}$???

Домашнее задание

1. задачи: (по учебнику 1991 г.) 2.20, 2.23, 2.24, 2.25;
(по учебнику 2008 г.) 1.2.22, 1.2.25, 1.2.26, 1.2.27

3. теория: (новая тема) динамика, законы Ньютона

Задач… 1.2.16. На рис. 1.18 показан блок пренебрежимо малой массы, подвешенный к пружинным весам. К концам нити, переброшен-

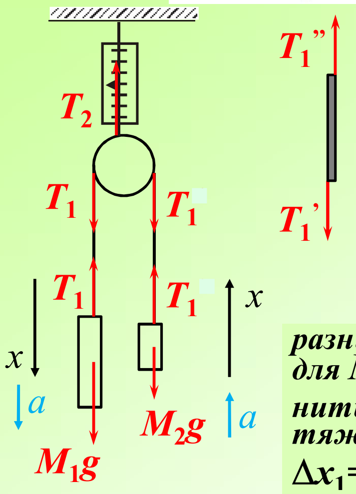
Дано: M_1=1 кг, M_2=5 кг …рикреплены грузы M_1 = 1 кг и M_2 = 5 кг. Грузы

Определить: T_2 ??? …ускорением под дейст… …тяжести. Трение в

блоке отсутствует. Что покажут в…

$a_1 = a_2$

$T_1 = T_1'$



$T_1'' = T_1'$

$\cancel{m_н} a = T_1'' - T_1' - \cancel{m_н} g$

(1) $M_1 a = M_1 g - T_1$

(2) $M_2 a = -M_2 g + T_1$

(3) $\cancel{m_б} a_б = \cancel{m_б} g + 2T_1 - T_2$

разные оси x для M_1 и M_2

нить нерастяжима

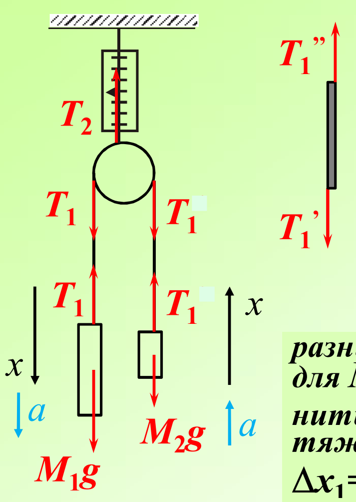
$\Delta x_1 = \Delta x_2$

$a_1 = a_2 = a$

Задача. 2.14 (А)

Дано: M_1=1 кг, M_2=5 кг

Определить: T_2 ???



$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$

КИНЕМАТИКА

(1) $M_1 a = M_1 g - T_1$ $\quad *M_2$

(2) $M_2 a = -M_2 g + T_1$ $\quad *M_1$

(3) $\cancel{m_б} a_б = \cancel{m_б} g + 2T_1 - T_2$

(1)+(2) $\quad a = \frac{(M_1 - M_2)}{(M_1 + M_2)} g$

(1)-(2)

$0 = (M_1 M_2 + M_1 M_2) g - M_2 T_1 - M_1 T_1$

$T_1 = g \frac{2M_1 M_2}{M_1 + M_2}$ $\quad T_2 = 2T_1$

$M_1 = M_2$ $\quad a = 0$ $\quad T_2 = 2Mg$

$a \neq 0$ $\quad T_1 = M_1(g - a)$

разные оси x для M_1 и M_2

нить нерастяжима

$\Delta x_1 = \Delta x_2$

$a_1 = a_2 = a$

Задача.

1.2.25. Через блок перекинута нерастяжимая и невесомая нить, на концах которой ... m_2 ($m_1 > m_2$). Блок ... и поднимать ... носительно земли ... .27). Полагая, ... у натяжения н... Определить ... уско- рение груза m_1 относитель... но нул...

Дано: $\boldsymbol{m_1, m_2, a_0}$

Определить: $\boldsymbol{T, a_1,}$ $\boldsymbol{m_1/m_2(a_1=0)}$???

использовать преды- дущие результаты

в неинерц. СО К'

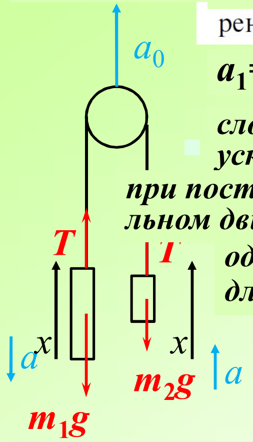
в инерц. СО К

$\boldsymbol{a' \;=\; a'_2 = a}$

$\boldsymbol{a_1 \neq a_2}$

$\boldsymbol{a_1 = a_0 + a'}$

$\boldsymbol{a_2 = a_0 - a'_2}$



$\boldsymbol{a_1 = a_0 + a'_1}$

сложение ускорений при поступате- льном движении

одна ось x для $\boldsymbol{m_1}$ ***и*** $\boldsymbol{m_2}$

$\boldsymbol{\Delta x_1 = \Delta x_0 + \Delta x'_1}$

$\boldsymbol{v_1 = v_0 + v'_1}$

(1) $m_1(a_0 + a) = -m_1 g + T$ $\quad *m_2$

(2) $m_2(a_0 - a) = -m_2 g + T$ $\quad *m_1$

(1+2) $2m_1m_2a_0 = -2m_1m_2g + (m_1 + m_2)T$

$$T = [2m_1m_2g + \underline{2m_1m_2a_0}]/(m_1 + m_2)$$

$g \;\rightarrow\; g - a_0$ $\qquad$ $mg \;\rightarrow\; mg - ma_0$

Задача. 2.23 (А)

Дано: $\boldsymbol{m_1, m_2, a_0}$

Определить: $\boldsymbol{T, a_1,}$ $\boldsymbol{m_1/m_2(a_1=0)}$???

использовать преды- дущие результаты

в неинерц. СО К'

в инерц. СО К

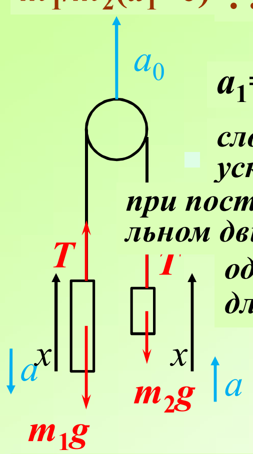
КИНЕМАТИКА

$\boldsymbol{a' \;=\; a'_2 = a}$

$\boldsymbol{a_1 \neq a_2}$

$\boldsymbol{a_1 = a_0 + a'}$

$\boldsymbol{a_2 = a_0 - a'_2}$



$\boldsymbol{a_1 = a_0 + a'_1}$

сложение ускорений при поступате- льном движении

одна ось x для $\boldsymbol{m_1}$ ***и*** $\boldsymbol{m_2}$

$\boldsymbol{\Delta x_1 = \Delta x_0 + \Delta x'_1}$

$\boldsymbol{v_1 = v_0 + v'_1}$

(1) $m_1(a_0 + a) = -m_1 g + T$ $\quad *m_2$

(2) $m_2(a_0 - a) = -m_2 g + T$ $\quad *m_1$

$$T = [2m_1m_2g + \underline{2m_1m_2a_0}]/(m_1 + m_2)$$

$m_1a_1 = -m_1g + T$ $\qquad$ $a_1 = -g + T/m_1$

$a_1 = -g + [2m_2g + 2m_2a_0]/(m_1 + m_2)$

$$a_1 = [-g(m_1 + \cancel{m_2}) + \cancel{2}m_2g + 2m_2a_0]/(m_1 + m_2)$$

0 = $a_1 = [g(m_2 - m_1) + 2m_2a_0]/(m_1 + m_2)$

$:m_2$ $\quad$ $\underline{g(m_1/m_2 - 1) = 2a_0}$

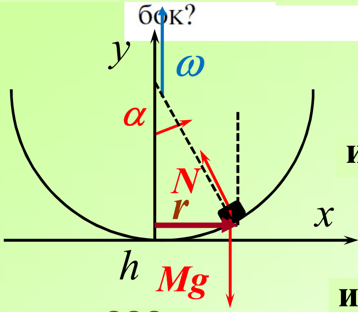
Зада

1.2.23. По желобу, изогнутому в виде полуокружности радиусом R, может без трения сколь… …ой M. На какой высоте h …иться тело, есл… …номерно вращать с угло- … (рис. 1.25). С какой силой F тело давит на желобок?

Дано: ***R, M, ω***

Определить: ***h, F*** **???**

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$



(1) $Ma_x = -N\sin\alpha$

(2) $M\cancel{a_y} = N\cos\alpha - Mg = 0$

из (2) $N = Mg/\cos\alpha$

$a_x =$ **???** $a_{ц.с.} = v^2/r$

из (1) $\cancel{M}\omega^2 r^{\cancel{2}}/\cancel{r} = \cancel{M}g\sin\alpha/\cos\alpha$

ω **???**

$r = R\sin\alpha$

$h = R(1-\cos\alpha)$

$\omega^2 r = g\sin\alpha/\cos\alpha$ $\quad \cos\alpha = g/\omega^2 R$

Домашнее задание

1. *задачи:* (*текст…*)

2. *теория:* (новые темы) гравитация, законы сохранения

$F = N$ $\quad N = M\cancel{g}\omega^2 R/\cancel{g}$

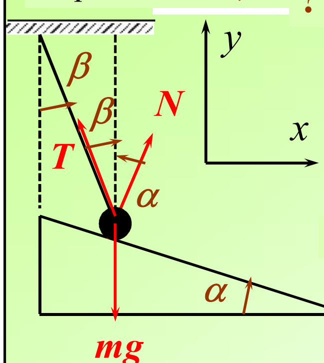
Зада

1.2.22. Определить силу давления N шарика массой m на наклонную плоскость и сил… …нити T (рис. 1.24). Угол …ости α, угол… …и вертикалью β. Трением …ком и плоскостью пренебречь.

Дано: ***α, β, m, $F_{тр}$=0***

Определить: ***N, T*** **???**

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$



(1) $= 0 \;{}_x = N\sin\alpha - T\sin\beta$ $\quad$ $*\cos\alpha$ $\quad$ $*\cos\beta$

(2) $= 0 \quad = -mg + N\cos\alpha + T\cos\beta$ $\quad$ $*\sin\beta$ $\quad$ $*\sin\alpha$

(1)+(2) $N = mg\sin\beta/\sin(\alpha+\beta)$

(1)-(2) $T = mg\sin\alpha/\sin(\alpha+\beta)$

α=0 $\quad$ β=0

статика **???**

$\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha+\beta)$

89. На столе лежит доска массы $M=1$ кг, а на доске … груз массы $m=2$ кг. Какую силу … выскользнула … вом и доской 0,25, а между доской и сто-…

Зад

Дано: ***$M=1$ кг, $m=2$ кг, $k_1=0.25$, $k_2=0.5$***

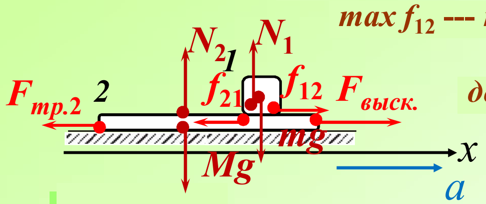
Определить: ***$F_{выск.}$???***

$$\vec F_{12}=-\vec F_{21} \qquad m\vec a=\sum_i \vec F_i$$

груз **(1)** $ma=f_{12}$

$f_{12,\max}=k_1 mg \qquad a_{\max}=k_1 g$

max f_{12} --- max a



доска **(2)** $Ma=F-F_{тр2}-f_{21}$

$$F=Ma+F_{тр2}+f_{21}$$

$a_1=a_2=a$

$$F_{\max}=Ma_{\max}+k_2(M+m)g+k_1 mg$$

$$F_{\max}=(k_1+k_2)(M+m)g$$

при малых F ???
доска и груз движутся вместе

$\vec f_{12}=-\vec f_{21}$ …

$$\mathbf{F_{max}=0.75\cdot 3\cdot 10 \quad (Н)}$$

Домашнее задание
1. семинарские задачи (повторить/рассмотреть)
2. теория: динамика, законы Ньютона ***(повторить)***
(новая тема) гравитация

91. Маятник массы m подвешен к подставке, укрепленной на тележке (рис. 1… …правление нити маятника, … нити маят… …алью, и ее натяжение T … случаях… …но движется по горизонтальной плоскости, 2) тележка движется горизонтально с уск… …дно скатывается с

Задача

Дано: ***α, b, m***

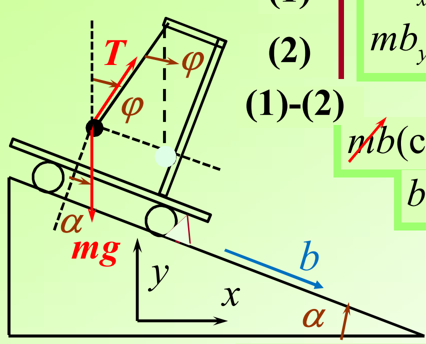
Определить: ***T, φ ???***

$$m\vec a=\sum_i \vec F_i$$

неизвестные T, φ

(1) $mb_x = T\sin\varphi = mb\cos\alpha$ $\quad *\cos\varphi$

(2) $mb_y = -mg + T\cos\varphi = -mb\sin\alpha$ $\quad *\sin\varphi$



(1)-(2)

$$\cancel{m}b(\cos\alpha\cos\varphi+\sin\alpha\sin\varphi)=\cancel{m}g\sin\varphi$$

$$b\cos\alpha\cos\varphi = g\sin\varphi - b\sin\alpha\sin\varphi$$

$$tg\varphi=\frac{b\cos\alpha}{g-b\sin\alpha}=\frac{b\cos\alpha/g}{1-b\sin\alpha/g}$$

(1)²+(2)² $\quad T^2=m^2(b^2\cos^2\alpha+g^2+b^2\sin^2\alpha-2bg\sin\alpha)$

Задача. 91 (Стр.)

Дано: α, ***b, m***

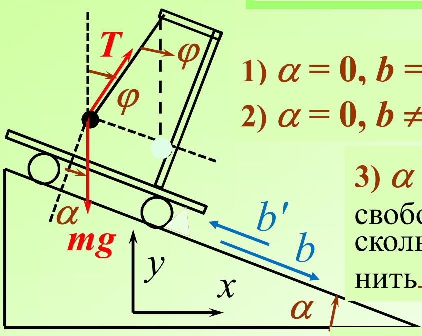
Определить: ***T,*** φ ???

$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$

КИНЕМАТИКА

неизвестные ***T,*** φ

$T^2 = m^2(b^2 + g^2 - 2bg\sin\alpha)$ $\quad tg\varphi = \frac{b\cos\alpha/g}{1 - b\sin\alpha/g}$



1) $\alpha = 0,\ b = 0$ $\quad tg\varphi = \frac{0}{1}$ $\quad T^2 = m^2(0^2 + g^2 - 0)$

2) $\alpha = 0,\ b \neq 0$ $\quad tg\varphi = \frac{b}{g}$ $\quad T^2 = m^2(b^2 + g^2)$

3) $\alpha \neq 0,\ b \neq 0$

свободно ???

скользит $g\sin\alpha$

нить⊥ плоскости

$tg\varphi = \frac{ctg\alpha}{1 - \sin^2\alpha} = tg\alpha$

$T^2 = m^2(b\sin\alpha - g)^2$

4) $\alpha \neq 0,\ b = -b'$

$tg\varphi' = \frac{-b\cos\alpha/g}{1 + b\sin\alpha/g}$

знак и величина φ ???

нарисовать силы для $-b'$

$T^2 = m^2(b^2 + g^2 + 2bg\sin\alpha)$

постоянные → из начальных

условий: $x(0) = x_0,\ v_x(0) = v_{x0}$

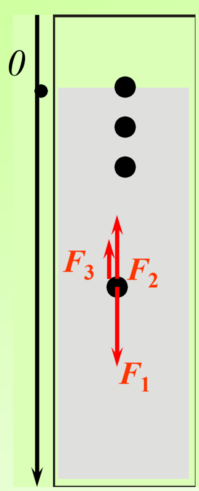
общее решение ур. $x = x(t, C_1, C_2)$

содержит 2-е произвольные постоянные

Задача практикума **N 31**

$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x$

ось $0x$ по скорости V



$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum_i F_{ix}$

$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i F_i$

$\frac{dV}{dt} = \frac{F_0}{m} + \frac{F_3}{m}$

$\frac{dV}{dt} = \frac{F_0}{m} - \frac{V}{\tau_0}$

движение шарика (m → r, $\rho_ш$) ***в вязкой среде*** (глицерине: $\rho_г$, η)

$v_0 = 4\pi r^3/3,\quad 6\pi\eta r/m = 1/\tau_0$

1. сила тяжести $F_1 = \rho_ш v_0 g$
2. сила Архимеда $F_2 = -\rho_г v_0 g$
3. сила жидкого трения (Стокса)

$F_3 = -6\pi\eta r V$ $\quad F_3/m = -V(6\pi\eta r/m)$

$1/\tau_0$

$F_1 + F_2 = v_0 g(\rho_ш - \rho_г) = F_0$

размерность τ_0 **[сек]**

движение шарика ($m \rightarrow r, \rho_{ш}$) ***в вязкой среде*** (глицерине: $\rho_г$, η)

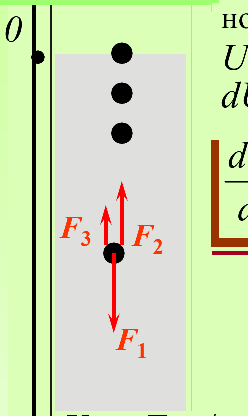
$$\frac{dV}{dt} = \frac{F_0}{m} - \frac{V}{\tau_0} = -\frac{1}{\tau_0}\left(V - \left[\frac{F_0 \tau_0}{m}\right]\right) \quad = V_\infty$$

$$\frac{dU}{U} = -\frac{dt}{\tau_0} \quad \int \frac{dU}{U} = -\int \frac{dt}{\tau_0} + C$$

$v_0 = 4\pi r^3/3, \quad 6\pi\eta r/m = 1/\tau_0$

$F_1 + F_2 = v_0 g(\rho_ш - \rho_г) \quad = F_0$

$F_3 = -6\pi\eta r V \quad 6\pi\eta r/m = 1/\tau_0$



$V_\infty = F_0 \tau_0 / m$

новая переменная

$U(t) = V(t) - V_\infty$

$dU/dt = dV/dt$

$$\boxed{\frac{dU}{dt} = -\frac{U}{\tau_0}}$$

~~$U(t) = C\,t$~~ $\rightarrow$ ~~$C = -C\,t/\tau_0$~~

~~$U(t) = C\,sin(t/\tau_0)/cos(t/\tau_0)$~~ ???

$U = U(t) = U_0 exp(-t/\tau_0)$

$dU/dt = (-1/\tau_0) U_0 exp(-t/\tau_0)$

$-U/\tau_0 = (-1/\tau_0) U_0 exp(-t/\tau_0)$

???

$V(t) = V_\infty + U_0 exp(-t/\tau_0) \quad = V_\infty[1 - exp(-t/\tau_0)]$

$t = 0 \quad 0 = V(0) = U_0 + V_\infty \rightarrow U_0 = -V_\infty$

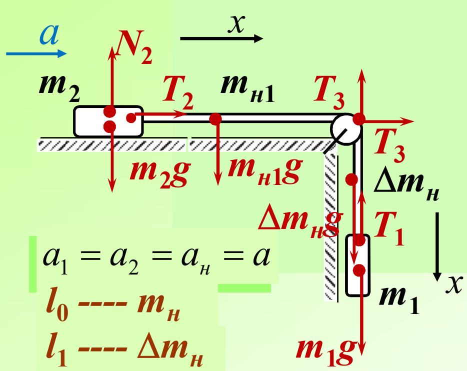
$t \rightarrow \infty \quad V(t) \rightarrow V_\infty$ установившаяся скорость

Задача

Дано: ***$m_1 = m$, $m_2 = {}^2/_3 m$, $m_н = {}^1/_3 m$, l_0, $T_1 = T_2$*** ???

Определить: ***l_1, T_1, T_2, a***

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ $\quad m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$



$a_1 = a_2 = a_н = a$

l_0 ---- $m_н$

l_1 ---- $\Delta m_н$

неизвестные: a, $T_1 = T_2$, T_3, $\Delta m_н$

по условию

(1) $m_1 a = m_1 g - T_1$

(2) $\Delta m_н a = \Delta m_н g + T_1 - T_3$

(3) $(m_н - \Delta m_н) a = T_3 - \cancel{T_2}\ T_1$

(4) $m_2 a = \cancel{T_2}\ T_1$

(2)+(3) $m_н a = \Delta m_н g$

$a = \Delta m_н g / m_н$

(1)+(4) $(m_1 + m_2) a = m_1 g$

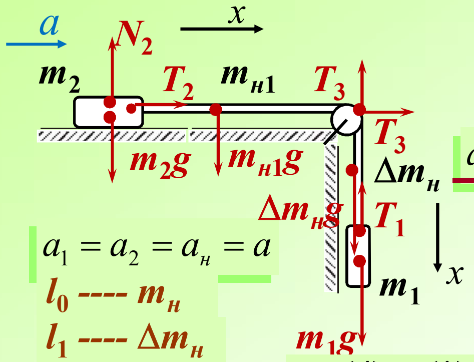
$a = m_1 g / (m_1 + m_2)$

Задача. 129 (Стр.)

Дано: $m_1=m$, $m_2={}^2/_3 m$, $m_н={}^1/_3 m$, l_0, $T_1 = T_2$???

Определить: l_1, T_1, T_2, a

$\vec F_{12} = -\vec F_{21}$ $m\vec a = \sum_i \vec F_i$



(1) $m_1 a = m_1 g - T_1$

(2) $\Delta m_н a = \Delta m_н g + T_1 - T_3$

(3) $(m_н - \Delta m_н)a = T_3 - \cancel{T_2}\ T_1$

(4) $m_2 a = \cancel{T_2}\ T_1$

(*)

$a = \Delta m_н \cancel{g}/m_н$ = $a = \cancel{m_1} g/(m_1+m_2)$

$\Delta m_н = m_1 m_н/(m_1+m_2)$

$l_1 = \frac{l_0 \Delta m_н}{m_н} = \frac{l_0 m_1}{(m_1+m_2)}$

$T_1 = T_2 = m_2 a = g\frac{m_1 m_2}{(m_1+m_2)}$

$a_1 = a_2 = a_н = a$

l_0 ---- $m_н$

l_1 ---- $\Delta m_н$

неизвестные: a, $T_1 = T_2$, T_3, $\Delta m_н$

из (4) и (*)

$l_1 = l_0/(5/3) = 3l_0/5$ $a = m\cdot g(2/3)/(5/3) = 2g/5$

$T_1 = mg(2/3)/(5/3) = 2mg/5$

Зада…

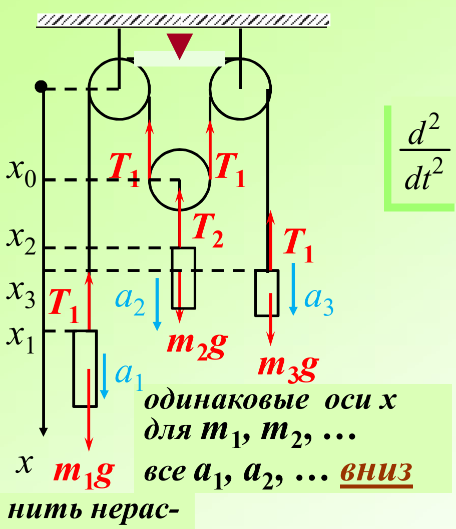
1.2.26. Определить ускорени… $\vec a_3$ в системе, изо-бражённой … с. 1.28. Массам… …ти, а также трением …ь. Массы тел известны.

Дано: m_1, m_2, m_3 ???

Определить: a_1, a_2, a_3

$m\vec a = \sum_i \vec F_i$

$T_2 = 2T_1$ $a_1 \neq a_2$



$x_1 + \cancel{\pi r} + x_0 + \cancel{\pi r} + x_0 + \cancel{\pi r} + x_3 = \cancel{l_0}$

$\frac{d^2}{dt^2}$

$a_1 + 2a_0 + a_3 = 0$ $x_2 - x_0 = l_{00}$

$a_1 + 2a_2 + a_3 = 0$ $a_2 - a_0 = 0$

(1) $m_1 a_1 = m_1 g - T_1$

(2) $m_2 a_2 = m_2 g - 2T_1$

(3) $m_3 a_3 = m_3 g - T_1$

(4) $a_1 + 2a_2 + a_3 = 0$

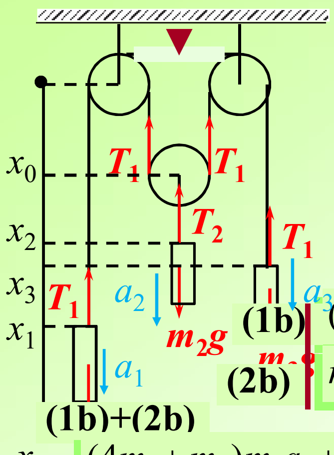
одинаковые оси x для m_1, m_2, … все a_1, a_2, … вниз

нить нерастяжима

Задача. 2.24 (А)

Дано: m_1, m_2, m_3 ???

Определить: a_1, a_2, a_3



(1) $m_1a_1 = m_1g - T_1$ *2 ТИКА

(2) $m_2a_2 = m_2g - 2T_1$

(3) $m_3a_3 = m_3g - T_1$

(4) $a_1 + 2a_2 + a_3 = 0$

(1)-(3) $m_1a_1 - m_3a_3 = m_1g - m_3g$

2*(1)-(2) $2m_1a_1 - m_2a_2 = 2m_1g - m_2g$ *2

$4m_1a_1 + m_2(+a_1 + a_3) = 4m_1g - 2m_2g$

(1b) $(4m_1 + m_2)a_1 + m_2a_3 = 4m_1g - 2m_2g$ $*m_3$

(2b) $m_1a_1 - m_3a_3 = m_1g - m_3g$ $*m_2$ -3

(1b)+(2b)

$$(4m_1 + m_2)m_3a_1 + m_1m_2a_1 = 4m_1m_3g - \cancel{2}m_2m_3g + m_1m_2g - m_{\cancel{2}}m_3g$$

$$(m_1m_2 + 4m_1m_3 + m_2m_3)a_1 = m_1m_2g + 4m_1m_3g - 3m_2m_3g$$

Задача. 2.24 (А)

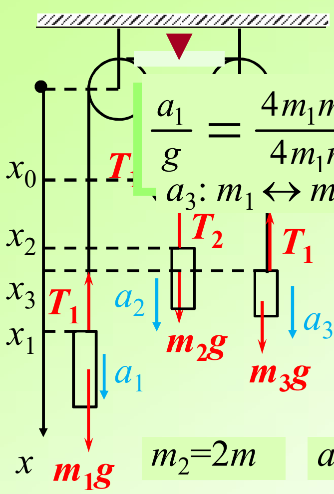
Дано: m_1, m_2, m_3 ???

Определить: a_1, a_2, a_3

$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$ **КИНЕМАТИКА**

(1b) $(4m_1 + m_2)a_1 + m_2a_3 = 4m_1g - 2m_2g$

(2b) $m_1a_1 - m_3a_3 = m_1g - m_3g$



$$\frac{a_1}{g} = \frac{4m_1m_3 + m_1m_2 - 3m_2m_3}{4m_1m_3 + m_1m_2 + m_2m_3} \qquad \frac{a_2}{g} = \frac{m_2(m_1+m_3) - 4m_1m_3}{m_2(m_1+m_3) + 4m_1m_3}$$

a_3: $m_1 \leftrightarrow m_3$

частн. сл. $m_1 = m_3 = m$

$$\frac{a_3}{g} = \frac{m_2(m_3 - 3m_1) + 4m_1m_3}{m_2(m_1+m_3) + 4m_1m_3}$$

$$\frac{a_1}{g} = \frac{(\cancel{m}m_2 + 4\cancel{m}m - 3m_2\cancel{m})}{(\cancel{m}m_2 + 4\cancel{m}m + m_2\cancel{m})} = \frac{(4m - 2m_2)}{4m + 2m_2}$$

$$\frac{a_3}{g} = \frac{m_2(\cancel{m} - 3\cancel{m}) + 4\cancel{m}m}{2m_2\cancel{m} + 4\cancel{m}m} = \frac{4m - 2m_2}{4m + 2m_2}$$

$m_2 = 2m$ $a_1 = 0$

$m_2 >< 2m$ a_1 меняет знак