

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лабораторная работа № КГ

МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ СИСТЕМЫ КАТУШЕК
(КАТУШКИ ГЕЛЬМГОЛЬЦА)

Описание составили
с.н.с. Снегирев В.В., профессор Казей З.А.

МОСКВА 2026

МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ СИСТЕМЫ КАТУШЕК (КАТУШКИ ГЕЛЬМГОЛЬЦА)

Цель работы: Соосные катушки, расположенные на определенном расстоянии друг от друга, позволяют получить область магнитного поля высокой степени однородности при пропускании через них электрического тока.

I. Теоретическое введение

Закон Био-Савара-Лапласа. Магнитное поле кругового витка с током. При протекании тока через линейный проводник возникающее вокруг проводника магнитное поле в немагнитной среде описывается законом Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1)$$

где $d\vec{B}(\vec{r})$ - вклад от элемента линейного тока $I d\vec{l}$ в магнитную индукцию в точке пространства с радиус-вектором \vec{r} . Используя принцип суперпозиции для магнитной индукции и закон Био-Савара-Лапласа можно вычислить магнитную индукцию в пространстве вокруг заданной произвольной конфигурации проводников с током. В данной работе изучается магнитное поле, создаваемое катушками с током, толщина которых существенно меньше их радиуса. Для упрощения вычислений такая катушка может быть заменена эквивалентным круговым током - круговым витком с радиусом, равным радиусу катушки и током, равным произведению числа витков катушки N на ток I , текущий в обмотке катушки.

Найдем величину и направление магнитной индукции на оси кольца с радиусом R и током I . Разобьем кольцо на пары диаметрально противоположных элементов тока. При сложении вкладов в магнитную индукцию от элементов кольца на оси кольца в силу симметрии останется лишь компонента, направленная вдоль оси.

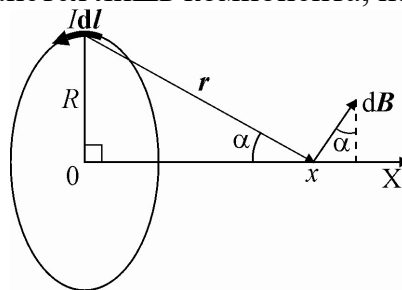


Рис. 1. Вклад от элемента тока $I d\vec{l}$ кольца в магнитную индукцию на оси

Выберем начало координат в центре кольца. Ось Ox направим по оси кольца таким образом, чтобы направление тока в кольце и положительное направление оси Ox

образовали правовинтовую систему. При таком выборе направления оси проекция магнитной индукции на ось ОХ от каждого элемента тока $I\vec{dl}$ в кольце будет положительной).

Найдем проекцию dB_x вектора магнитной индукции от элемента тока в кольце на ось ОХ (в силу симметрии задачи каждый элемент тока будет давать одинаковый вклад dB_x). Угол между вектором $I\vec{dl}$ и радиус-вектором \vec{r} в каждой точке кольца равен $\pi/2$, поэтому величина (но не направление!) вклада от элемента тока $I\vec{dl}$ в магнитную индукцию от каждой точки кольца будет одинакова и равна согласно (1)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2}. \quad (2)$$

Соответственно, вклад в проекцию магнитной индукции на ось ОХ будет равен

$$dB_x(x) = dB(x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \sin(\alpha) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IdlR}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (3)$$

Суммируя вклады от всех элементов кольца, окончательно получим

$$B_x(x) = \int dB_x(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IR}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (4)$$

Таким образом, на больших расстояниях от кольца с током величина магнитной индукции на оси кольца убывает обратно пропорционально кубу расстояния до него.

Два соосно расположенных на расстоянии равном их радиусу кольца (либо короткие по сравнению с собственным радиусом катушки) с равными по величине токами, текущими в одинаковых направлениях, образуют систему, называемую катушками Гельмгольца (КГ). Найдем величину магнитной индукции такой системы и оценим степень однородности магнитного поля в этой области. Для этого запишем выражение для величины магнитной индукции между катушками в системе координат с началом оси ОХ, расположенном в центре системы:

$$B(x) = B_1(x) + B_2(x), \quad (5)$$

где $B_1(x) = B(x + \frac{R}{2})$ и $B_2(x) = B(x - \frac{R}{2})$ - вклады в магнитную индукцию от каждой из катушек. Таким образом, результирующая величина магнитной индукции вдоль оси системы

$$B_{\text{Гельмгольца}}(x) = \frac{\mu_0 INR^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{(R^2 + (x + R/2)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (x - R/2)^2)^{3/2}} \right) \quad (6)$$

Обе катушки будут давать одинаковый вклад в величину магнитной индукции в центре системы. Из (6) при $x = R/2$ и эквивалентном токе IN получим:

$$B = 2 \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{INR^2}{(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{IN}{R} \quad (7)$$

Оценим однородность поля в центральной области катушек Гельмгольца (по координате x). Чем выше однородность поля в некоторой области пространства, тем более высокие производные по координате для магнитной индукции $B_x(x)$ будут иметь нулевые значения. Первая и вторая производные

$$\frac{dB}{dx} = \frac{-3\mu_0 INR^2}{2} \cdot \left(\frac{x+R/2}{(R^2+(x+R/2)^2)^{5/2}} + \frac{x-R/2}{(R^2+(x-R/2)^2)^{5/2}} \right) \Bigg|_{x=0} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d^2B}{dx^2} = \frac{-3\mu_0 INR^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{(R^2+(x+R/2)^2)^{5/2}} + \frac{1}{(R^2+(x-R/2)^2)^{5/2}} - 5 \frac{(x+R/2)^2}{(R^2+(x+R/2)^2)^{7/2}} - 5 \frac{(x-R/2)^2}{(R^2+(x-R/2)^2)^{7/2}} \right) \Bigg|_{x=0} = 0 \quad (9)$$

обращаются в ноль в центре системы ($x = 0$). Третья производная также равна нулю в центре, т. к. $B_{\text{Гельмгольца}}(x)$ - четная функция. Таким образом, лишь четвертая производная отлична от нуля в центре системы, что подтверждает высокую степень однородности магнитного поля в центральной области между катушками Гельмгольца.

Измерение магнитного поля: В данной работе для измерения величины магнитной индукции применяется полупроводниковый датчик магнитного поля, использующий эффект Холла. При протекании постоянного тока по проводнику, помещенному в магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен направлению тока, в проводнике возникает электрическое поле, напряженность которого перпендикулярна как направлению тока в проводнике, так и вектору магнитной индукции. Возникновение электрического поля связано с действием магнитной составляющей силы Лоренца на движущиеся внутри проводника заряды

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (10)$$

Как видно из (10) возникающая сила направлена перпендикулярно как направлению движения зарядов, так и направлению вектора магнитной индукции и приводит к перемещению зарядов перпендикулярно проводнику при установлении тока. Это движение приводит к возникновению избыточных зарядов противоположных знаков на противоположных боковых поверхностях проводника, что сопровождается возникновением электрического поля. Процесс продолжается до тех пор, пока внутри проводника электрическая составляющая силы Лоренца в направлении, перпендикулярном установившемуся току, не станет компенсировать магнитную составляющую.

Таким образом, при установившемся постоянном токе внутри проводника

$$q\vec{E}_{\perp} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (11)$$

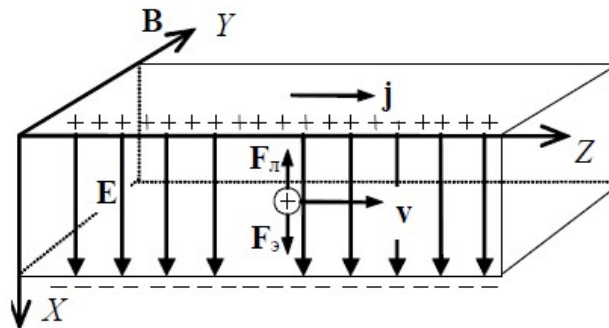


Рис. 2. Эффект Холла в проводнике прямоугольной формы

Рассмотрим проводник прямоугольной формы. Выберем систему координат, как показано на рисунке 2. При движении положительного заряда магнитная составляющая \vec{F}_L силы Лоренца будет

направлена вверх, что приведет к возникновению избыточного положительного и отрицательного зарядов на верхней и нижней гранях соответственно. В этом случае электрическая составляющая силы Лоренца \vec{F}_\ominus будет направлена от верхней к нижней грани.

Возникающая разность потенциалов на противоположных боковых поверхностях проводника пропорциональна как току, протекающему через проводник, так и величине индукции магнитного поля, в котором он находится. Эта разность потенциалов может быть измерена вольтметром, что при поддержании постоянного тока в проводнике позволяет установить пропорциональность между измеряемой разностью потенциалов и величиной магнитной индукции в точке нахождения полупроводникового датчика. Измеряя напряжение между верхней и нижней гранями при фиксированном токе в проводнике, можно определить величину индукции магнитного поля, в котором находится проводник: $U = kB$. Коэффициент пропорциональности может быть определен при калибровке датчика в магнитном поле с известной величиной магнитной индукции. Используемый в работе магнитометр U33110 откалиброван непосредственно в единицах магнитной индукции.

Выше было проведено рассмотрение эффекта Холла в рамках классической теории, где электрический заряд представляется в виде заряженной материальной точки, имеющей определенные координаты и скорость. Такое приближение с достаточной точностью можно применить к описанию движения зарядов в полупроводниках. Для обеспечения избыточного заряда одного знака в датчиках Холла используются легированные полупроводники (*n*- или *p*-типа).

Экспериментальная установка

Установка для проведения эксперимента включает: источник постоянного тока U33020, систему из 2 соосных катушек на направляющей, позволяющей изменять расстояние между катушками, датчик магнитного поля, работающий на эффекте Холла, тесламетр U33110. Основные блоки и приборы экспериментальной установки изображены на рисунках 3 - 5.

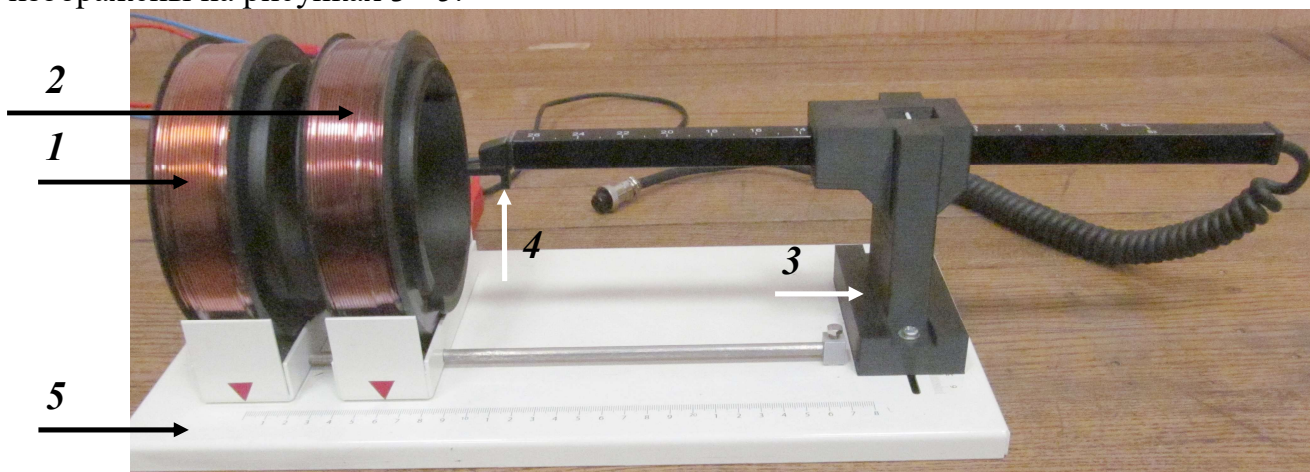
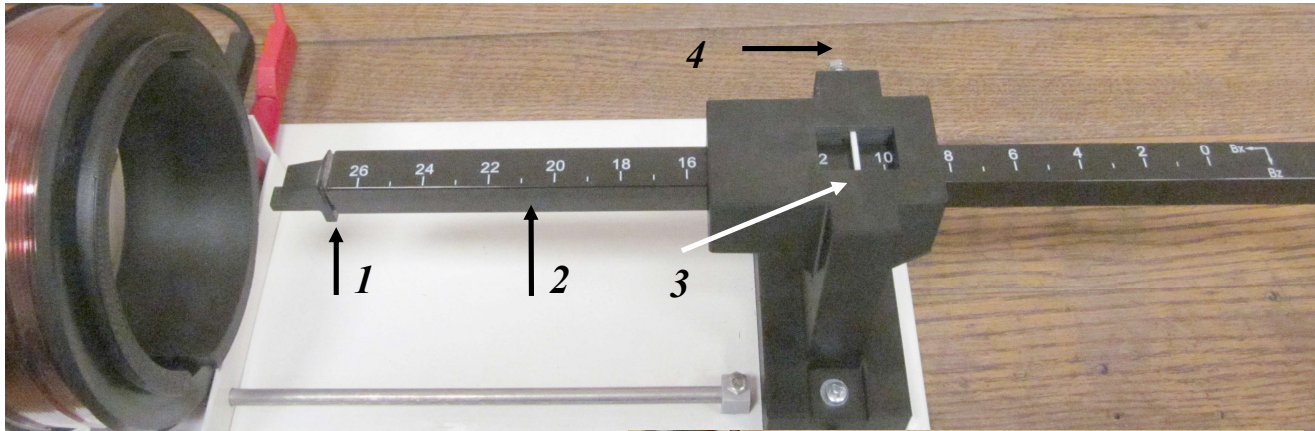
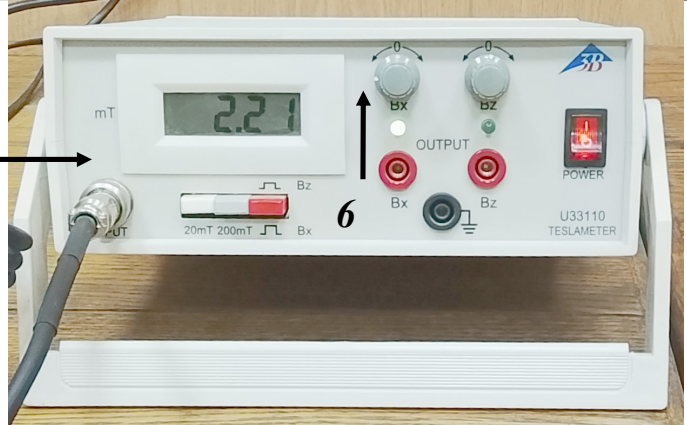


Рис. 3. Расположение катушек в экспериментальной установке

- | | |
|------------------------|---|
| 1. Неподвижная катушка | 4. Датчик магнитного поля со шкалой (вид сбоку) |
| 2. Подвижная катушка | 5. Опора катушек с нанесённой на ней шкалой |
| 3. Держатель датчика | |

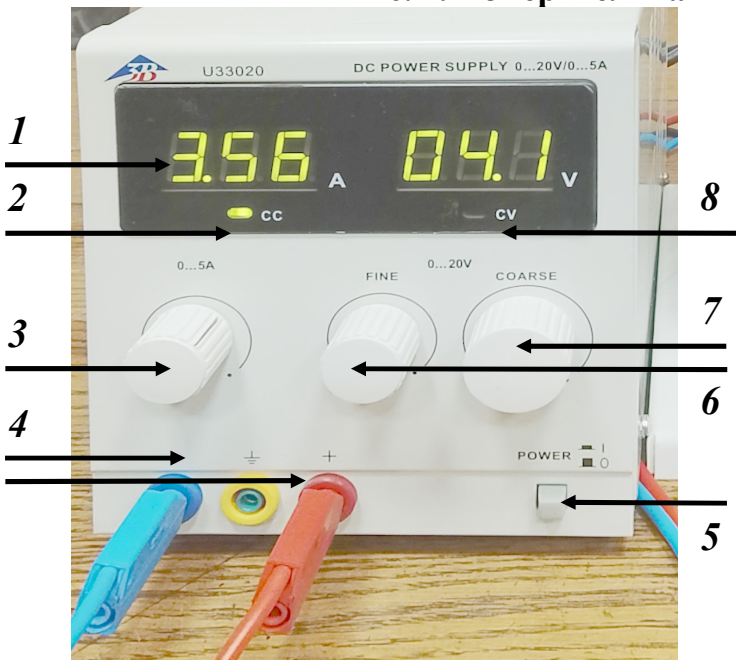


1. Датчик магнитного поля (вид сверху)
2. Держатель датчика со шкалой
3. Указатель датчика
4. Фиксирующий винт



5. Измеритель величины магнитной индукции (тесламетр) U33110
6. Установка нуля датчика Холла

Рис. 4. Измерительная часть установки



1. Индикатор величины тока в режиме стабилизации по току (индикатор CC горит)
2. Индикатор режима стабилизации по току (CC) (источник тока)
3. Регулятор величины тока источника
4. Гнезда выходного напряжения
5. Выключатель питания источника
6. Регулятор тонкой подстройки выходного напряжения
7. Регулятор установки величины выходного напряжения
8. Индикатор работы в режиме стабилизации напряжения (CV) (источник напряжения)

Рис. 5. Источник питания U33020

Проведение эксперимента

По указанию преподавателя выполняется одно или несколько упражнений.

ВНИМАНИЕ: перед первым включением источника необходимо убедиться, что регуляторы подаваемого тока (3) и напряжения (7) повернуты против часовой стрелки до упора (нулевые значения тока и напряжения). Для установки требуемого значения величины тока необходимо повернуть регулятор напряжения (7) по часовой стрелке примерно на 3/4 оборота, а затем плавным поворотом регулятора тока (3) установить требуемое значение тока через катушки. **Не превышать рекомендованных в задаче величин тока!**

Перед началом измерений необходимо провести установку нуля измерителя магнитного поля. Для этого при **выключенном** источнике тока необходимо добиться нулевых показаний прибора регулировкой $0/B_x$ на лицевой панели тесламетра U33110 (регулятор 5 на рис. 4).

Шкала датчика магнитного поля (координата x) смещена относительно шкалы на основании установки (координата X) на величину ~ 3.3 см, так что ноль датчика соответствует центру системы катушек в геометрии Гельмгольца.

Упражнение 1

Изучение магнитного поля, создаваемого одной катушкой с током

1. Подключить источник тока к подвижной катушке 2 таким образом, чтобы красный провод от источника питания был подключен к черному гнезду, а синий – к красному. В этом случае датчик будет регистрировать положительную величину магнитной индукции B_x .

ВНИМАНИЕ: любое изменение электрической схемы установки выполняется при выключенном источнике тока и требует проверки преподавателем.

2. Установить подвижную катушку 2 на координату $X_{к2} = 6.3$ см по шкале на основании установки (5) (см. рис. 3). Это положение подвижной катушки соответствует конфигурации катушек Гельмгольца, исследуемой далее.
3. Включить источник тока и установить ток из диапазона от 2А до 5А (записать в лабораторный журнал установленное значение тока). **Требуемое значение тока задается преподавателем в начале измерений.**
4. Переместить датчик магнитного поля в крайнее левое положение внутри системы катушек (координата по шкале на держателе датчика соответствует значению -5 см). **После установки датчика в нужное положение по указателю держатель датчика нужно зафиксировать винтом 4 сбоку и выждать 3 - 5 сек перед съемкой показаний тесламетра (рис. 3).** Постепенно выдвигая датчик с шагом в 0.5 см провести измерение величины B_x аксиальной

составляющей магнитной индукции для положений x датчика от **-5 см до 22 см**. Результаты заносить в **Таблицу 1** в колонку B_{x2} . Отметить в таблице координату, соответствующую положению датчика в центре катушки.

5. Уменьшить ток до нуля и выключить источник тока.
6. Считая параметры двух катушек одинаковыми, кривую $B_{x1}(x)$ для неподвижной катушки можно получить, сместив измеренную кривую $B_{x2}(x)$ для подвижной катушки вдоль оси OX на расстояние L между центрами катушек. Учитывая координату $X_{к1} = -0.2$ см, расстояние между центрами катушек определяется по формуле: $L = X_{к2} - X_{к1} = \mathbf{6.5}$ см
7. Уменьшить ток до нуля и выключить источник тока. Проверить “0” датчика Холла.

Таблица 1
Значения магнитной индукции $B_{x2}(x)$ и $B_{x1}(x)$ вдоль оси
для отдельных катушек 1 и 2

Центр подвижной катушки $X_{к2} = \mathbf{6.3}$ см Центр неподвижной катушки $X_{к1} = \mathbf{-0.2}$ см Расстояние между центрами катушек $L_{кГ} = R_0 = \mathbf{6.5}$ см Ток в катушке $I = \mathbf{\dots}$ А				
№	x (см)	B_{x2} (мТл)	B_{x1} (мТл)	$B_{x1} + B_{x2}$ (мТл)
1	-5.0			
2	-4.5			
...	...			
...	21.5			
...	22.0			

Упражнение 2

Измерение величины магнитной индукции на оси системы из двух катушек для расстояний между ними $L_{кГ} = R_0$ (катушки Гельмгольца)

1. Подключить обе катушки последовательно к источнику тока: красный провод от источника питания подключить к черному гнезду неподвижной катушки, а синий провод от источника тока оставить подключенным к красному гнезду подвижной катушки, красное гнездо неподвижной катушки соединить с черным гнездом подвижной катушки дополнительным (черным) проводом.

ВНИМАНИЕ: любое изменение электрической схемы установки выполняется при выключенном источнике тока и требует проверки преподавателем.

- Оставить подвижную катушку в положении с координатой $X_{k2}=6.3$ см, отсчитываемую по шкале, нанесенной на основании подставки. Учитывая координату $X_{k1} = -0.2$ см, расстояние между центрами катушек будет определяться по формуле: $L = X_{k2} - X_{k1} = 6.5$ см. При этом расстояние между центрами катушек будет равно их среднему радиусу R_s . Такая система называется катушками Гельмгольца.
- Включить источник тока и установить значение тока, которое использовалось в упражнении 1, и записать в **Таблицу 2**).
- Переместить датчик в крайнее левое положение внутрь системы катушек (координата по шкале на держателе датчика соответствует значению **-5 см**). Постепенно выдвигая датчик с шагом в 0.5 см провести измерение величины B_x аксиальной составляющей индукции магнитного поля для положений x датчика от **-5 см до 22 см**. Результаты заносить в **Таблицу 2** в колонку $B_{x,KG}$. Отметить в таблице координату, соответствующую положению датчика в центре системы катушек Гельмгольца.
- Уменьшить ток до нуля и выключить источник тока. Проверить “0” датчика Холла.

Таблица 2

Значения магнитной индукции $B_x(x)$ вдоль оси системы катушек Гельмгольца

Центр неподвижной катушки $X_{k1} = -0.2$ см Центр подвижной катушки $X_{k2} = 6.3$ см Расстояние между центрами катушек $L_{KG} = R_s = 6.5$ см Ток в катушках $I = \dots$ А				
№	x (см)	$B_{x,KG}$ (мТл)	$B_{x,KG}^{pac}$ (мТл)	
1	-5.0			
2	-4.5			
...	...			
...	21.5			
...	22.0			

Упражнение 3а (3б)

**Измерение величины магнитной индукции на оси системы из двух катушек
для расстояний между ними L_1 и L_2**

1. По указанию преподавателя выполняются измерения еще для 1-2 положений X_{k2} подвижной катушки. Сдвинуть катушку 2 в положение $X_{k2} = 8.3$ см (Упражнение 3а) или $X_{k2} = 4.3$ см (Упражнение 3б) (подключение катушек к источнику остается без изменения)

ВНИМАНИЕ: любое изменение электрической схемы установки и перемещения катушек выполняются при выключенном источнике тока и требует проверки преподавателем.

Повторить аналогичные измерения (пункты 3 – 5 из Упражнения 2) для двух других положений подвижной катушки. Рекомендуется провести измерения при положениях подвижной катушки 8.3 см и 4.3 см по шкале, нанесенной на основании подставки. Отмечать в таблице координаты датчика, соответствующие его нахождению в центре между катушками. Для каждого нового взаимного расположения катушек следует создать отдельную таблицу.

Таблица 3а

Центр неподвижной катушки $X_{k1} = -0.2$ см Центр подвижной катушки $X_{k2} = 8.3$ см Расстояние между центрами катушек $L_{CK1} = L_2 = 8.5$ (см) Ток в катушках $I = \dots$ А				
№	x (см)	$B_{x,CK1}$ (мТл)		
1	-5.0			
2	-4.5			
...	...			
...	21.5			
...	22.0			

Таблица 3б

Центр неподвижной катушки $X_{k1} = -0.2$ см Центр подвижной катушки $X_{k2} = 4.3$ см Расстояние между центрами катушек $L_{CK2} = L_3 = 4.5$ (см) Ток в катушках $I = \dots$ А				

№	x (см)	$B_{x,CK2}$ (мТл)		
1	-5.0			
2	-4.5			
...	...			
...	21.5			
...	22.0			

Обработка результатов

Упражнение 1

Магнитная индукция одной катушки с током

Построить график зависимости величины $B_{x,2}(x)$ аксиальной составляющей магнитной индукции на оси одиночной подвижной катушки (катушка 2) от координаты датчика. Соединить экспериментальные точки гладкой кривой. Аппроксимировать тонкую многослойную катушку кольцом со средним радиусом $R_s = 6.5$ см, числом витков $N = 100$, током I и центром катушки $x_{k2} = 3.7$ см по шкале датчика (параметры катушки могут несколько различаться для разных установок), используя соответствующую формулу (4) для величины магнитной индукции



Рис. 6. Измеренная и рассчитанная магнитная индукция $B_{x,2}$ вдоль оси тонкой катушки (кольца с током)

$$B_x(x) = \frac{\mu_0}{2} \frac{INR_9^2}{[R_9^2 + (x - x_{к2})^2]^{3/2}} = \frac{B_{x,\max}}{[1 + (x - x_{к2})^2 / R_9^2]^{3/2}}, \quad B_{x,\max} = \frac{\mu_0}{2} \frac{IN}{R_9}, \quad (12)$$

где $B_{x,\max} = B_x(x_{к2})$ – индукция в центре кольца. Рассчитать по этой формуле с заданными параметрами аппроксимационную кривую и построить ее на графике с экспериментальными точками $B_{x,2}(x)$ (Рис. 6). Экспериментальная зависимость $B_{x,2}(x)$ позволяет определить (или уточнить) параметры R_9 , N и $x_{к2}$ для неизвестной катушки (см. Приложение 2).

Упражнение 2

Магнитная индукция соосных катушек для расстояний между ними $L_{КГ} = R$, (катушки Гельмгольца)

На отдельном графике построить измеренную зависимость величины $B_{x,КГ}(x)$ аксиальной составляющей магнитной индукции катушек Гельмгольца на оси системы от координаты датчика (соединить экспериментальные точки гладкими кривыми). На этом же графике для катушек Гельмгольца изобразить зависимости $B_{x,1}(x)$ и $B_{x,2}(x)$ для двух одиночных катушек, считая параметры R_9 и N обеих катушек одинаковыми. Кривую $B_{x,1}(x)$ можно получить, сместив измеренную кривую $B_{x,2}(x)$ вдоль оси ОХ на расстояние $L_{КГ}$ между центрами катушек (соединить точки на кривых $B_{x,1}(x)$ и $B_{x,2}(x)$ гладкими пунктирными кривыми). Сложить по точкам два графика $B_{x,1}(x)$ и $B_{x,2}(x)$ для одиночных катушек на том же графике (изобразить другим цветом) и сравнить получившуюся кривую с измеренной зависимостью $B_{x,КГ}(x)$ катушек Гельмгольца. Объяснить получившиеся результаты.

Упражнение 3а (3б)

Магнитная индукция соосных катушек для расстояний между ними

$$L_2 = 8.5 \text{ см и } L_3 = 4.5 \text{ см}$$

Обработка результатов в Упражнении 3а (3б) и Упражнении 2 аналогична. Кривые $B_{x,2}(x)$ для этих геометрий можно получить, сместив измеренную в Упражнении 1 кривую $B_{x,2}(x)$ на величину $(L_2 - L_{КГ})$ или $(L_3 - L_{КГ})$. На графике построить зависимости величины аксиальной составляющей $B_{x,СК1}(x)$ ($B_{x,СК2}(x)$) индукции магнитного поля на оси системы от координаты датчика для каждой из использованных в Упражнении 3а (3б) конфигураций катушек. Соединить экспериментальные точки гладкими кривыми. Объяснить получившиеся результаты.

Итоги работы

Построены графики зависимости величины аксиальной компоненты $B_x(x)$ магнитной индукции на оси системы от координаты вдоль оси для различных

конфигураций катушек с током. Исследовано распределение магнитного поля в области между катушками Гельмгольца.

Контрольные вопросы:

1. Что называется вектором индукции магнитного поля (вектором магнитной индукции)? Запишите наиболее распространённое обозначение величины и её размерность.
2. Запишите закон Био-Савара-Лапласа для вектора магнитной индукции.
3. Используя закон Био-Савара-Лапласа, получите выражение для аксиальной компоненты магнитной индукции на оси кольца с током.
4. Запишите теорему о циркуляции вектора магнитной индукции в вакууме (закон полного тока в вакууме).
5. Используя теорему о циркуляции вектора магнитной индукции, найдите величину магнитной индукции в зависимости от расстояния до бесконечного тонкого проводника с током.
6. Что называется катушками Гельмгольца? Чем характерно такое расположение одинаковых соосных катушек?
7. Получите формулу (5) для катушек Гельмгольца.
8. Используя закон Био-Савара-Лапласа, получите формулу (П1) из Приложения 2 для аксиальной компоненты магнитной индукции на оси соленоида конечной длины.

Литература

1. Белов Д.В. «Электромагнетизм и волновая оптика». Учебное пособие. Изд. Московского университета, 1994 г.

Глава III. Постоянное магнитное поле

§ 7. Общие свойства постоянного магнитного поля

§ 8. Силы, действующие в магнитном поле

2. И. В. Савельев. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 3-х т. Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Наука. 1982.

Глава VI. Магнитное поле в вакууме.

§ 39. Взаимодействие токов

§ 40. Магнитное поле

§ 42. Закон Био-Савара

§ 43. Сила Лоренца

§ 44. Закон Ампера

3. описание лабораторной работы на сайте: <http://kazei.plms.ru>

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Магнитная индукция соленоида конечной длины. Более точно рассчитать поле на оси катушки позволяет модель идеального соленоида конечной длины. Идеальный соленоид образован плотно прилегающими друг к другу круговыми витками с током. Найдем величину магнитной индукции на оси такого соленоида. Пусть радиус сечения соленоида R , число витков в нем N , а длина соленоида l . Тогда плотность намотки витков на единицу длины составит $n = N/l$. Выберем систему координат, как показано на рисунке П1. Начало отсчета поместим в точку на оси соленоида, в которой ищется магнитная индукция. Для удобства интегрирования выразим магнитную индукцию как функцию угловой координаты α .

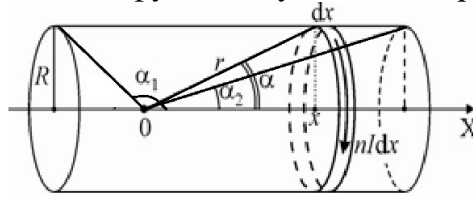


Рис. П1. Соленоид конечной длины.

По принципу суперпозиции магнитная индукция в данной точке будет определяться как векторная сумма вкладов от бесконечно узких колец, составляющих соленоид. Согласно формуле (4) вклад от такого кольца будет равен

$$dB(\alpha) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{(nI dx) \sin^3 \alpha}{R}, \quad (\text{П1})$$

где учтено, что ток элементарного кольца $dI = nI dx$, $r = (x^2 + R^2)^{1/2}$, а $\sin \alpha = R/r$. Связывая линейную координату x точки на оси с угловой α , получим $x = R \operatorname{ctg} \alpha$ и $dx = R d\alpha / \sin^2 \alpha$. Суммируя вклады всех колец, получим выражение для магнитной индукции на оси соленоида конечной длины:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB(\alpha) = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{nI \sin^3 \alpha}{R} \cdot \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha = \frac{\mu_0}{2} nI (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (\text{П2})$$

Важным частным случаем полученной формулы является поле бесконечно длинного соленоида. В этом случае $\alpha_1 \rightarrow \pi$, $\alpha_2 \rightarrow 0$, а магнитная индукция $B \rightarrow \mu_0 nI$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Аппроксимируя тонкую многослойную катушку кольцом средним радиусом R_s с током IN и используя соответствующую формулу (4) для величины магнитной индукции можно определить из полученной экспериментальной зависимости $B_x(x)$ параметры R_s , N и $x_{\kappa 2}$.

$$B_x(x) = \frac{\mu_0}{2} \frac{IN R_s^2}{[R_s^2 + (x - x_{\kappa 2})^2]^{3/2}} = \frac{B_{x, \max}}{[1 + (x - x_{\kappa 2})^2 / R_s^2]^{3/2}}, \quad B_{x, \max} = \frac{\mu_0}{2} \frac{IN}{R_s}, \quad (\text{П3})$$

где $B_{x, \max} = B_x(x_{k2})$ – индукция в центре кольца при $x = x_{k2}$. Из этой формулы следует, что для $x_r = x_{k2} + R_3/2$ и $x_l = x_{k2} - R_3/2$ индукция составляет $B_x(x_r) = B_x(x_l) = B_{x, \max} / (5/4)^{3/2} = 0.72 B_{x, \max}$. Таким образом, ширина кривой $B_{x,2}(x)$ и ее середина на уровне $0.72 * B_{x, \max}$ дают величину R_3 и положение центра x_{k2} подвижной катушки по шкале датчика, а значение $B_{x, \max}$ определяет полный ток IN или число витков N в катушке при заданном токе I (Рис. П2).



Рис. П2. Определение параметров катушки из сравнения измеренной и рассчитанной магнитной индукции $B_{x,2}$ вдоль оси тонкой катушки (кольца с током)

Дополнительная обработка (по указанию преподавателя). Для улучшения точности аппроксимации можно учесть длину каждой катушки $l = 3.2$ см. Зависимость магнитной индукции от координаты x датчика в этом случае будет определяться суперпозицией полей двух соленоидов конечной длины (формула П2) и описываться формулой:

$$B(X) = \frac{\mu_0}{2} nI \left(\frac{R+l+2X}{\sqrt{4R^2 + (R+l+2X)^2}} - \frac{R-l+2X}{\sqrt{4R^2 + (R-l+2X)^2}} + \frac{R+l-2X}{\sqrt{4R^2 + (R+l-2X)^2}} - \frac{R-l-2X}{\sqrt{4R^2 + (R-l-2X)^2}} \right) \quad (\text{П4})$$