

Цели работы

Ознакомление с методом создания однородного магнитного поля при помощи катушек Гельмгольца; экспериментальное изучение распределения магнитного поля в пространстве при различном расположении катушек с током; ознакомление с методом измерения магнитного поля, основанным на применении датчика Холла.

Идея эксперимента

Соосные катушки, расположенные на определенном расстоянии друг от друга, позволяют получить область магнитного поля высокой степени однородности при пропускании через них электрического тока.

Теоретическое введение

При протекании тока через линейный проводник возникающее вокруг проводника магнитное поле (в немагнитной среде) описывается законом Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (7.1)$$

где $d\vec{B}(\vec{r})$ - вклад от элемента линейного тока $I d\vec{l}$ в магнитную индукцию в точке пространства, задаваемой радиус-вектором \vec{r} . Используя принцип суперпозиции для магнитной индукции и закон Био-Савара-Лапласа можно вычислить магнитную индукцию в пространстве вокруг заданной произвольной конфигурации проводников с током. В данной работе изучается магнитное поле, создаваемое катушками с током, толщина которых существенно меньше их радиуса. Для упрощения вычислений такая катушка может быть заменена эквивалентным круговым током (круговым витком с радиусом, равным радиусу катушки и током, равным произведению числа витков катушки N на ток I , текущий в обмотке катушки).

Найдем величину и направление магнитной индукции на оси кольца с радиусом R и током I . Разобьем кольцо на пары диаметрально противоположных элементов тока. При сложении вкладов в магнитную индукцию от элементов кольца на оси кольца в силу симметрии останется лишь компонента, направленная вдоль оси. Выберем начало координат в центре кольца. Ось Ox направим по оси кольца таким образом, чтобы направление тока в кольце и положительное направление оси Ox образовали правостороннюю систему (при таком выборе направления оси проекция магнитной индукции на ось Ox от каждого элемента тока $I d\vec{l}$ в кольце будет положительной).

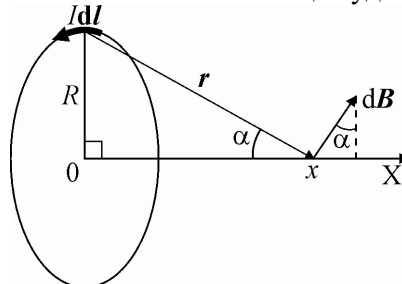


Рис. 1. Вклад от элемента тока $I d\vec{l}$ кольца в магнитную индукцию на оси.

Найдем проекцию вектора магнитной индукции dB_x от элемента тока в кольце (в силу симметрии задачи каждый элемент тока будет давать одинаковый вклад dB_x). Угол между вектором $d\vec{l}$ и радиус-вектором \vec{r} в каждой точке кольца равен $\frac{\pi}{2}$, поэтому величина (но не направление!)

вклада от элемента тока Idl в магнитную индукцию от каждой точки кольца будет одинакова и равна (из (7.1))

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2}. \quad (7.2)$$

Соответственно, вклад в проекцию магнитной индукции на ось OX будет равен

$$dB_x(x) = dB(x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \sin(\alpha) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IdlR}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (7.3)$$

Суммируя вклады от всех элементов кольца, окончательно получим

$$B_x(x) = \int dB_x(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IR}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (7.4)$$

Таким образом, на больших расстояниях от кольца с током величина магнитной индукции на оси кольца убывает обратно пропорционально кубу расстояния до него.

Два соосно расположенных на расстоянии равном их радиусу кольца (либо короткие по сравнению с собственным радиусом катушки) с равными по величине токами, текущими в одинаковых направлениях, образуют систему, называемую катушками Гельмгольца.

Найдем величину магнитной индукции в центре симметрии такой системы и оценим степень однородности магнитного поля в этой области.

По принципу суперпозиции обе катушки будут давать одинаковый вклад в величину магнитной индукции в центре системы. Из (7.4) получим (при $x = R/2$ и эквивалентном токе IN):

$$B = 2 \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{INR^2}{(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \mu_0 \frac{IN}{R} \quad (7.5)$$

Чем выше однородность поля в некоторой области пространства, тем более высокие производные по координате для магнитной индукции будут иметь нулевые значения. Оценим однородность поля в центральной области катушек Гельмгольца (по координате x). Для этого запишем выражение для величины магнитной индукции между катушками в системе координат с началом оси OX, расположенном в центре системы:

$$B(x) = B_1(x) + B_2(x), \quad (7.6)$$

где $B_1(x) = B(x + \frac{R}{2})$ и $B_2(x) = B(x - \frac{R}{2})$ - вклады в магнитную индукцию от каждой из катушек.

Таким образом, результирующая величина магнитной индукции вдоль оси системы

$$B_{\text{Гельмгольца}}(x) = \frac{\mu_0 INR^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{(R^2 + (x + R/2)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (x - R/2)^2)^{3/2}} \right) \quad (7.7)$$

Первая и вторая производные

$$\frac{dB}{dx} = \frac{-3\mu_0 INR^2}{2} \cdot \left(\frac{x + R/2}{(R^2 + (x + R/2)^2)^{5/2}} + \frac{x - R/2}{(R^2 + (x - R/2)^2)^{5/2}} \right) \Bigg|_{x=0} = 0 \quad (7.8)$$

$$\frac{d^2B}{dx^2} = \frac{-3\mu_0 INR^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{(R^2 + (x + R/2)^2)^{5/2}} + \frac{1}{(R^2 + (x - R/2)^2)^{5/2}} - 5 \frac{(x + R/2)^2}{(R^2 + (x + R/2)^2)^{7/2}} - 5 \frac{(x - R/2)^2}{(R^2 + (x - R/2)^2)^{7/2}} \right) \Bigg|_{x=0} = 0 \quad (7.9)$$

обращаются в ноль в центре системы ($x=0$). Третья производная также равна нулю в центре, т.к.

$B_{\text{Гельмгольца}}(x)$ - четная функция. Таким образом, лишь четвертая производная отлична от нуля в центре системы, что подтверждает высокую степень однородности магнитного поля в центральной области между катушками Гельмгольца.

Более точно рассчитать поле на оси катушки позволяет модель идеального соленоида конечной длины. Идеальный соленоид образован плотно прилегающими друг к другу круговыми витками с током. Найдем величину магнитной индукции на оси такого соленоида. Пусть радиус сечения соленоида R , число витков в нем N , а длина соленоида l . Тогда плотность намотки витков на единицу длины составит $n = \frac{N}{l}$. Выберем систему координат, как показано на рисунке 2. Начало отсчета поместим в точку на оси соленоида, в которой ищется магнитная индукция. Для удобства интегрирования выразим магнитную индукцию как функцию угловой координаты α .

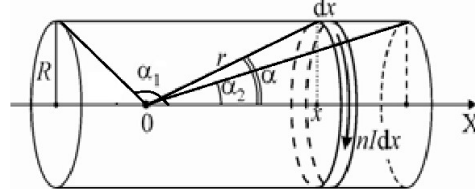


Рис. 2. Соленоид конечной длины.

По принципу суперпозиции магнитная индукция в данной точке будет определяться как векторная сумма вкладов от бесконечно узких колец, составляющих соленоид. Согласно (7.4) вклад от такого кольца будет равен

$$dB(\alpha) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{(nI dx) \sin^3 \alpha}{R}, \quad (7.10)$$

где учтено, что ток элементарного кольца $dI = nI dx$, $r = \sqrt{x^2 + R^2}$, а $\sin \alpha = \frac{R}{r}$.

Связывая линейную координату точки на оси x с угловой α , получим $x = R \cot \alpha$ и $dx = -\frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$.

Суммируя вклады всех колец, получим выражение для магнитной индукции на оси соленоида конечной длины:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB(\alpha) = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{nI \sin^3 \alpha}{R} \cdot \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha = \frac{\mu_0}{2} nI (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (7.11)$$

Важным частным случаем полученной формулы является поле бесконечно длинного соленоида.

В этом случае $\alpha_1 \rightarrow \pi$, $\alpha_2 \rightarrow 0$, а магнитная индукция $B \rightarrow \mu_0 nI$.

Измерение магнитного поля:

В данной работе используется полупроводниковый датчик магнитного поля, использующий эффект Холла для измерения величины магнитной индукции. При протекании постоянного тока по проводнику, помещенному в магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен направлению тока, в проводнике возникает электрическое поле, напряженность которого перпендикулярна как направлению тока в проводнике, так и вектору магнитной индукции. Это приводит к возникновению разности потенциалов на противоположных боковых поверхностях проводника, которая пропорциональна как току, протекающему через проводник, так и величине индукции магнитного поля, в котором он находится. Эта разность потенциалов может быть измерена вольтметром, что позволяет (при поддержании постоянного тока в проводнике) установить пропорциональность между измеряемой разностью потенциалов и величиной магнитной индукции в точке нахождения полупроводникового датчика. Возникновение электрического поля связано с действием магнитной составляющей силы Лоренца на движущиеся внутри проводника заряды

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (7.12)$$

Как видно из (7.12) возникающая сила направлена перпендикулярно как направлению движения зарядов, так и направлению вектора магнитной индукции. Это приводит к перемещению зарядов перпендикулярно проводнику при установлении тока. Это движение приводит к возникновению избыточных зарядов противоположных знаков на противоположных боковых поверхностях проводника, что сопровождается возникновением электрического поля. Процесс продолжается до тех пор, пока внутри проводника электрическая составляющая силы Лоренца в направлении, перпендикулярном установившемуся току, не станет компенсировать магнитную составляющую.

Таким образом, при установившемся постоянном токе внутри проводника

$$q\vec{E}_{\perp} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (7.13)$$

Рассмотрим проводник прямоугольной формы

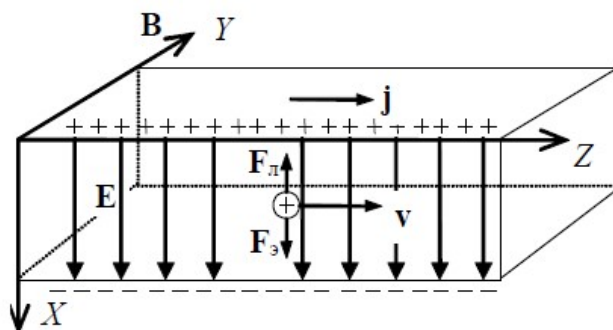


Рис.3. Эффект Холла в проводнике прямоугольной формы

Выберем систему координат, как показано на рисунке 3. При движении положительного заряда магнитная составляющая \vec{F}_L силы Лоренца будет направлена вверх, что приведет к возникновению избыточного положительного и отрицательного зарядов на верхней и нижней гранях соответственно. В этом случае электрическая составляющая силы Лоренца \vec{F}_E будет направлена от верхней к нижней грани. Измеряя напряжение между верхней и нижней гранями при фиксированном токе в проводнике, можно судить о величине индукции магнитного поля, в котором находится проводник: $U = kB$. Коэффициент пропорциональности может быть определен при калибровке датчика в магнитном поле с известной величиной магнитной индукции. Используемый в работе магнитометр U33110 откалиброван непосредственно в единицах магнитной индукции.

Выше было проведено рассмотрение эффекта Холла в рамках классической теории, где электрический заряд представляется в виде заряженной материальной точки, имеющей определенные координаты и скорость. Такое приближение с достаточной точностью можно применить к описанию движения зарядов в полупроводниках. Для обеспечения избыточного заряда одного знака в датчиках Холла используются легированные полупроводники (n- либо p-типа).

Проведение эксперимента Экспериментальная установка

Установка для проведения эксперимента включает: источник постоянного тока U33020, систему из 2 соосных катушек на направляющей, позволяющей изменять расстояние между катушками, датчик магнитного поля, работающий на эффекте Холла, тесламетр U33110. Основные блоки и приборы экспериментальной установки изображены на рисунках 4-6.

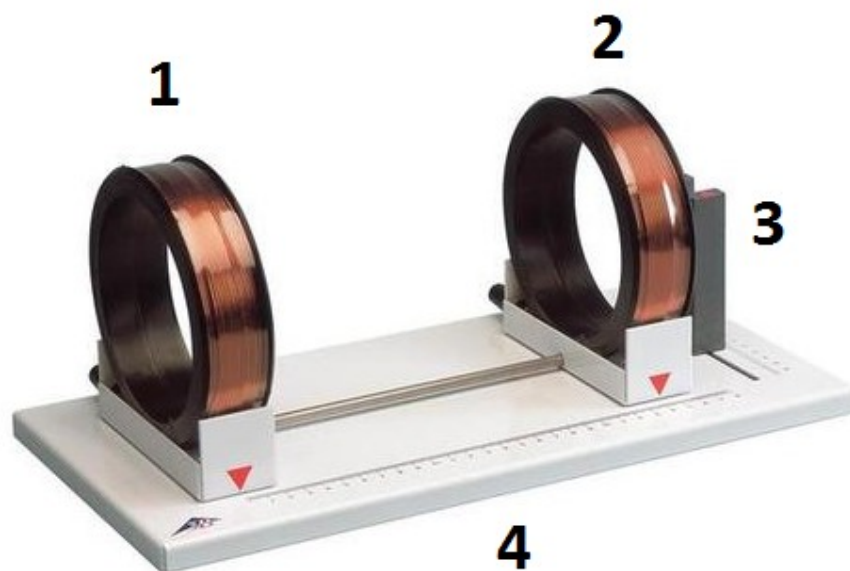


Рис. 4. Расположение катушек в экспериментальной установке.

1. Неподвижная катушка.
2. Подвижная катушка.
3. Держатель для датчика магнитного поля.
4. Опора с нанесённой на ней шкалой.

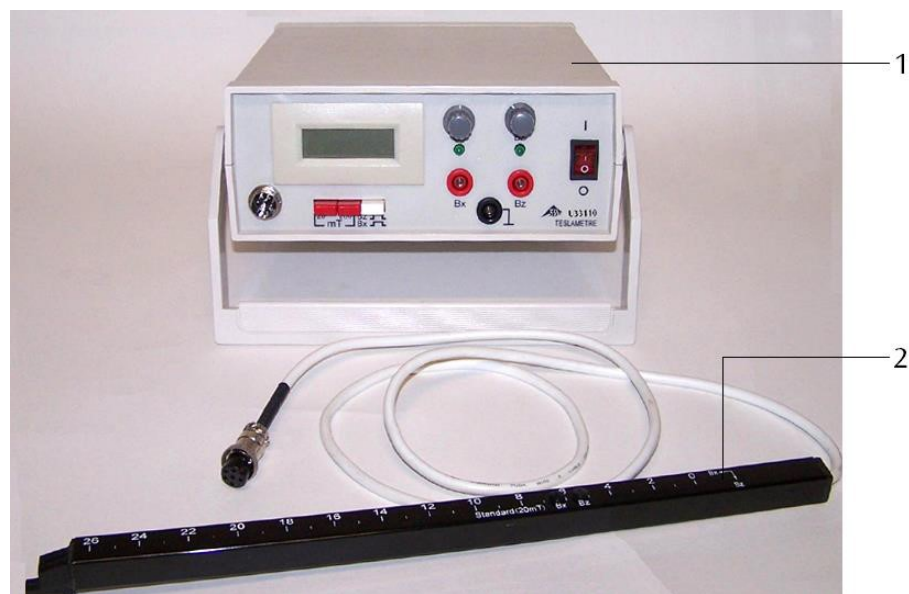


Рис. 5. Измерительная часть установки.

1. Измеритель величины магнитной индукции (тесламетр) U33110.
2. Датчик магнитного поля с держателем и нанесенной на держатель шкалой.

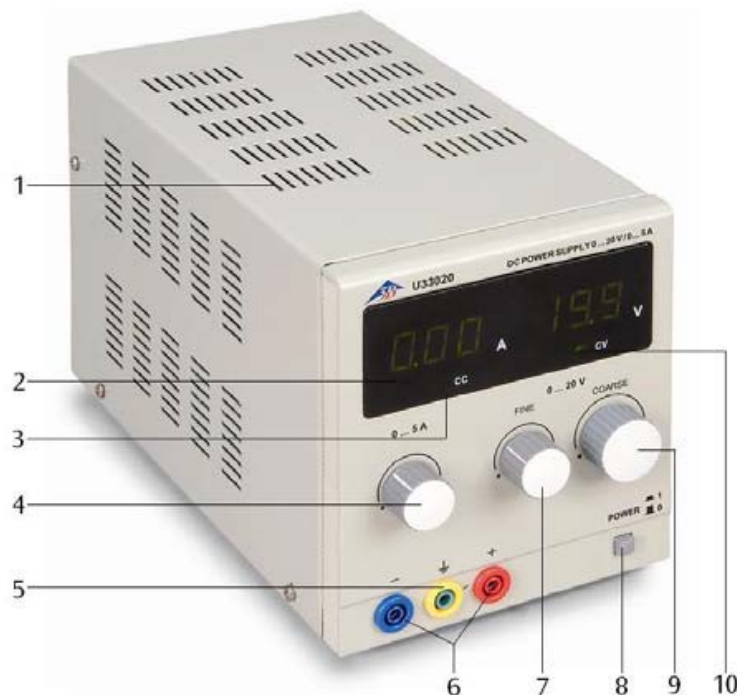


Рис. 6. Внешний вид источника питания U33020.

1. Вентиляционные отверстия.
2. Индикатор величины тока в режиме стабилизации по току (индикатор CC горит)
3. Индикатор режима стабилизации по току (CC) (источник тока).
4. Регулятор величины тока источника.
5. Гнездо подключения заземления.
6. Гнезда выходного напряжения.
7. Регулятор тонкой подстройки выходного напряжения.
8. Выключатель питания источника.
9. Регулятор установки величины выходного напряжения.
10. Индикатор работы в режиме стабилизации напряжения (CV) (источник напряжения).

Подготовка к измерениям

ВНИМАНИЕ: перед первым включением источника необходимо убедиться, что регуляторы подаваемого тока (4) и напряжения (9) повернуты против часовой стрелки до упора (нулевые значения тока и напряжения). Для установки требуемого значения величины тока необходимо повернуть регулятор напряжения (9) по часовой стрелке, а затем плавным поворотом регулятора тока (4) установить требуемое значение тока через катушки. **Не превышать рекомендованных в задаче величин тока!**

Для измерений величины магнитной индукции следует запустить на компьютере, находящемся рядом с установкой, программу «Цифровая лаборатория» (пиктограмма программы расположена на рабочем столе). Далее следует переподключить к USB-порту датчик магнитного поля. После этого на экране появится экранная кнопка «Magnetic field sensor». Нажатием на эту кнопку программа переводится в режим непосредственной индикации величины магнитной индукции, измеряемой датчиком.

Перед началом измерений необходимо провести юстировку измерителя магнитного поля. Для этого при **выключенном** источнике тока необходимо добиться нулевых показаний прибора нажатием на экранную кнопку «Set:0» на экране управления датчиком.

Упражнение 1. Изучение магнитного поля, создаваемого одной катушкой с током.

1. Подключить источник тока к неподвижной катушке таким образом, чтобы красный провод от источника питания был подключен к черному гнезду, а синий – к красному. В этом случае датчик будет регистрировать положительную величину магнитной индукции.
ВНИМАНИЕ: любое изменение электрической схемы установки выполняется при выключенном источнике тока и требует проверки преподавателем.
2. Отодвинуть подвижную катушку на координату 24 по шкале на основании установки (3) (см. рис. 4).
3. Включить источник тока и установить ток из диапазона от 2А до 5А (записать в лабораторный журнал реально установленное значение тока). **Требуемое значение тока задается преподавателем при допуске к работе.**
4. Для положений X датчика (координаты отсчитываются по желтой шкале на держателе датчика) от 0 см до 18 см с шагом в 1 см провести измерение величины аксиальной составляющей индукции магнитного поля. При перемещении датчика внутри катушки уменьшить шаг до 0.5см. Особо отметить в таблице координату, соответствующую положению датчика в центре катушки.
5. Уменьшить ток до нуля и выключить источник тока.

Упражнение 2. Измерение величины магнитной индукции на оси катушек для различных расстояний между ними.

Ход выполнения упражнения:

1. Подключить обе катушки последовательно к источнику тока: синий провод от источника тока подключить к красному гнезду подвижной катушки, а красное гнездо неподвижной катушки соединить с черным гнездом подвижной катушки дополнительным (черным) проводом.
ВНИМАНИЕ: любое изменение электрической схемы установки выполняется при выключенном источнике тока и требует проверки преподавателем.
2. Установить подвижную катушку на координату $X_k=6$ см, отсчитываемую по шкале, нанесенной на основание подставки. Расстояние между центрами катушек будет определяться по формуле: $L = X_k + 0.2(\text{см})$ При этом расстояние между центрами катушек будет равно их среднему радиусу. Такая система называется катушками Гельмгольца.
3. Включить источник тока и установить значение тока, которое использовалось в упражнении 1 (записать в лабораторный журнал реально установленное значение тока).
4. Для положений X датчика (координаты отсчитываются по желтой шкале на держателе датчика) от 0 см до 18 см с шагом в 1 см провести измерение величины аксиальной составляющей индукции магнитного поля. При перемещении датчика внутри катушек и в области между ними шаг следует уменьшить до 0.5 см.
Отметить в таблице координату, соответствующую положению датчика в центре системы катушек Гельмгольца.
5. Повторить аналогичные измерения для двух других положений подвижной катушки. Рекомендуется провести измерения при положениях подвижной катушки 5 см и 10 см по шкале, нанесенной на основание подставки. Особо отмечать в таблице координаты датчика, соответствующие его нахождению в центре между катушками.

Результаты измерений следует записывать с таблицы вида:

Расстояние между центрами катушек $L=...$ (см)		
№	$X(\text{см})$	$B_x(\text{мТл})$
1		
...		

Для каждого нового взаимного расположения катушек следует создать отдельную таблицу. Таблицу, соответствующую катушкам Гельмгольца, следует подписать соответственно («Катушки Гельмгольца»).

Обработка результатов эксперимента:

На разных диаграммах построить зависимость величины аксиальной составляющей индукции магнитного поля на оси системы от координаты датчика для каждой из использованных в работе конфигураций катушек. Соединить экспериментальные точки гладкими кривыми.

На графике для катушек Гельмгольца дважды изобразить полученную зависимость $B(x)$ для одиночной катушки, сместив положение центра одиночной катушки в координаты, соответствующие положениям центров катушек Гельмгольца. Сложить оба графика для одиночной катушки и изобразить получившиеся величины индукции на той же диаграмме (другим цветом). Для каждой серии точек (два графика для одиночной катушки, смещенные по оси и их сумма) провести пунктирную кривую. Объяснить характер получившихся зависимостей.

Считая катушки тонкими, оценить число витков N в каждой из катушек, используя формулу (7.5). В качестве величины магнитной индукции B взять значение, измеренное при положении датчика в центре между катушками ($R = 62.4(\text{мм})$ - радиус обеих катушек).

Дополнительная обработка (по указанию преподавателя):

Для одиночной катушки, используя формулу для величины магнитной индукции на оси соленоида конечной длины (7.11), аппроксимировать полученную экспериментальную зависимость $B_x(X)$.

Длина соленоида $l = 32.3(\text{мм})$. В качестве радиуса тонкого соленоида в формуле (7.11) взять средний радиус соленоида $R = 62.4(\text{мм})$. Плотность витков n взять в качестве параметра аппроксимации.

Записать полученное значение плотности витков n и погрешность её определения. Построить аппроксимационную кривую на диаграмме с экспериментальными точками.

Провести аналогичную обработку для экспериментальных точек, полученных в конфигурации катушек Гельмгольца. Считать параметры обеих катушек одинаковыми, а плотность витков n взять в качестве параметра аппроксимации. Для улучшения точности аппроксимации учесть длину каждой катушки $l = 32.3(\text{мм})$. Зависимость магнитной индукции от координаты датчика в этом случае будет даваться формулой (суперпозиция полей двух соленоидов конечной длины):

$$B(X) = \frac{\mu_0 n I}{2} \left(\frac{R+l+2X}{\sqrt{4R^2 + (R+l+2X)^2}} - \frac{R-l+2X}{\sqrt{4R^2 + (R-l+2X)^2}} + \frac{R+l-2X}{\sqrt{4R^2 + (R+l-2X)^2}} - \frac{R-l-2X}{\sqrt{4R^2 + (R-l-2X)^2}} \right) \quad (7.14)$$

Итоги работы

Построены графики зависимости величины аксиальной компоненты магнитной индукции на оси системы от координаты вдоль оси для различных конфигураций катушек с током. Исследована структура магнитного поля в области между катушками Гельмгольца.

Контрольные вопросы:

1. Что называется вектором индукции магнитного поля (вектором магнитной индукции)? Запишите наиболее распространённое обозначение величины и её размерность.
2. Запишите закон Био-Савара-Лапласа для вектора магнитной индукции.
3. Используя закон Био-Савара-Лапласа, получите выражение для аксиальной компоненты магнитной индукции на оси кольца с током.
4. Запишите теорему о циркуляции вектора магнитной индукции в вакууме (закон полного тока в вакууме).

5. Используя теорему о циркуляции вектора магнитной индукции, найдите величину магнитной индукции в зависимости от расстояния до бесконечного тонкого проводника с током.
6. Что называется катушками Гельмгольца? Чем характерно такое расположение одинаковых соосных катушек?
7. Получите формулу (7.5) для катушек Гельмгольца.
8. Используя закон Био-Савара-Лапласа, получите формулу (7.11) для аксиальной компоненты магнитной индукции на оси соленоида конечной длины.